

ספר חכמת התכונה

שחיבר החכם השלם התוכן הגדול

ר' רפאל סג"ל מק"ק הנובר

יוצא לאור על פי כתב-יד

אשר בספריית בודליאן באוקספורד

המהדיר והמפרש

יוסף יצחק איידלר

מהנדס אזרחי

בריסל-בלגיה

מחבר הספר הלכות קידוש החודש על-פי הרמב"ם
תשע"א

Treatise of Astronomy

by

Raphael Levi of Hanover

Edited from a Manuscript

In the Bodleian Library of Oxford

Edited and Commented by

Ir. J. Jean Ajdler
Civil Engineer
Brussels-Belgium
2011

Introduction.

Raphael Levi from Hanover (1685-1779) was considered in his time as an exceptional mathematician and astronomer and a very skilful calculator. He was known as the author of two books written in Hebrew and published at about the same time in 1756. The first is his *Luhot ha-Ibbur*, in fact two books printed separately, at one year interval. It is a remarkable book written in an elegant Hebrew, printed in very nice characters. It is however difficult to understand because of the absence of a third part which was never printed, which was intended to explaining and justifying the two first parts.

A second book of

was edited without his authorization by Rabbi Moses of Tiktin who bought the manuscript from one of Hanover's pupils in a public auction. This book, even if it has not the formal perfection that Hanover had required before its printing, has the merit to expound clearly the understanding of Maimonides' famous treatise *Hilkhot Kiddush ha-Hodesh* by Hanover. The book gives mainly a qualitative description of Maimonides' methods and concepts and a clear definition of different astronomical parameters adopted by Maimonides; it allows a reader not familiar with the ancient astronomy to get acquainted with it. And I, indeed, personally used and studied it before trying to understand Ptolemy and al-Battani. At the end of this book, astronomical tables are gathered and it appears that the author adopted his epoch in the year 1730; this date is probably close to the date of composition of this book.

We present here a third book still in manuscript in the Bodleian Library under the n° 2063 in A. Neubauer's *Catalogue of the Hebrew manuscripts in the Bodleian Library*, Oxford 1886-1908 and Oxford Mich 498 or Ox Mich 301 (old numerotation). The manuscript includes 45 folios: one folio is the title page, then 24 folios, i.e. 48 pages are devoted to the text of the manuscript. The last 20 folios correspond to 20 figures illustrating the main text. In the present edition of the manuscript we propose in an appendix two facsimiles of two pages of the manuscript showing the nature of the difficulties met in the deciphering of the manuscript: erasures, repetitions, omissions, marginal additions in order to correct omissions, unreadable letters along the internal border of the pages because of the impossibility of a complete opening of the booklet and mistakes in the transcription of numbers expressed in Hebrew characters. These two facsimiles are followed by the facsimiles of the 20 figures necessary to follow the main text.

The present book does not revolution our knowledge about the understanding of Maimonides' *Hilkhot Kiddush ha-Hodesh* but it allows us to fully understanding Hanover's methods of calculation of the moon's visibility according to the conception of the ancient astronomy (the astronomy of Ptolemy). In this field, Hanover was favored by still being on the bridge between the ancients and the moderns. His education still gave him full understanding of the model of ancient astronomy, without dull study of ancient books. His deep mathematical culture, including the new notions of calculus learned under Leibnitz, gave him the necessary tools to be the first to perform a complete study of the visibility of the new moon, determination of true conjunctions and tekufot. We

have no precise data about the date of the composition. However the use in his calculations of an epoch in 1725 would lead us to assume a date of composition around that period. It could be then the oldest of all his books. The author was convinced that the mastery of the subject requires the ability to perform the complete practical calculations of the phenomenon under analysis. The present book was a practical instruction manual supporting his oral teaching. It is, for this reason, very similar to the spirit of his *Luhot ha-Ibbur*. Both are practical books explaining the *How* and not the *Why*.

Another book, intended to answer this last question, was put as reference many times in the present manuscript and in the introduction to *Luhot ha-Ibbur*. Unfortunately it could not be found.

Probably because of the high requirements of the author, our book would never be edited, just as this third part of *Luhot ha-Ibbur*. In his *Lukhot ha-Ibbur*, the author presented easy to use improved tables. In the present manuscript he performs all the complete and detailed calculations “as a professional astronomer would make them”. This is of course of the highest importance to understand his methods of calculation. We can now imagine what this book would have been. When we compare Hanover’s methods of calculation with those of E. Baneth in Maimuni’s *Neumondberechnung* (1898, 1899, 1902 and 1903) we are struck by the similitude and even the identity of the methods. The only difference is the scholarly aspects of Baneth’s work and study of the ancient texts. This explains the interest of Hanover’s manuscript in the history of the study of Maimonides’ *Hilkhot Kiddush ha-Hodesh*.

If our assumption that the present manuscript was written in about 1725 is correct, thus still during the life of Newton and only 38 years after the edition of the *Principia*, only seven years after the death of Flamsteed and 53 years after the publication of *De Inaequalitate Dierum Solarium*, then it is very likely to assume that the old astronomy of Ptolemy was still taught in the European universities and that it was exactly the astronomical model described in his book. The parameters of this model are very similar to those of al-Battani (slightly different from that of Ptolemy) but it includes some new parameters that were unknown by the ancients.¹ They allow calculating the distance of the earth from the moon, 1238 and from the sun 273633, giving a ratio of 221, still different than the modern value. Indeed the parallax of the moon is, on average, 57’ (this figure was already known by Ptolemy) and according to modern astronomy the parallax of the sun is 8.794’’; this gives a ratio of 388.9.

Hanover mastered the spherical astronomy and all its concepts. He attached much importance to the concept of the equation of time. Hanover adopted the new theory of Flamsteed, although it was not much older than that of Newton. The great difference in Hanover’s attitude with regard to these two theories is the following: the theory of Newton was a revolutionary theory that had to be completed and perfected until it could assert itself; it was like a relativity theory appearing in the ancient landscape. By contrast the concept of the equation of the time was an ancient concept familiar to Ptolemy and al-Battani that was misunderstood and disputed in the 16th and 17th centuries. Flamsteed proposed a new and definitive presentation of the concept and Hanover adopted it immediately. Apparently Hanover did not know the works of the ancients, Ptolemy and al-Battani, in the text and he gives the impression that he was probably not aware of their

¹ The distance between the center of the earth and the center of the deferent is fixed to 9730 and the radius of the earth is fixed to 20.47.

understanding of the *equation of the days*. He was however a well-read, cultured and curious man who, as we learn from another of his manuscripts, the third one, visited the library of the Gaon of Prague – R. David Oppenheim – (in Hanover at this period, before becoming the nucleus of the Bodleian Library) and even the Royal Library in Paris. This leads to an anachronistic situation: Hanover, on the one hand, developed in this book a model based on ancient astronomy but on the other hand he adopted the new theory of the equation of time of Flamsteed. In fact this was probably the general scientific position at that time: Flamsteed had conceived his equation of time before the new theory of Newton when he was still using the model of the ancients, despite all its weak points. The theory of Flamsteed asserted itself in the scientific community far before the Newtonian astronomy. However this anachronistic attitude of Hanover remains incomprehensible. Indeed, the almanachs of this period, the first half of the eighteenth century, and notably the famous “*Connaissance des Temps*” gave the table of the equation of time according to the new theory of Flamsteed and the table of the equation of the clocks according to the ancient conception preceding Flamsteed. Hanover could thus certainly not be unaware of this fact that the ancients calibrated their mean time differently and it remains a conundrum why he did not raise this issue and how he could propose that the epoch of Maimonides was at 6h 20m p.m. modern mean time. This statement is in fact an absurdity as Maimonides could not even have imagined our modern mean time.

Raphael Levi had the reputation of an extraordinary skilled calculator. We discover in the present book that he used logarithmic tables of the numbers, sine and tangent, with seven exact decimals, allowing very precise calculations. We know also that he championed the use of logarithms in commercial and banking calculations (see his book in German on the subject: *Vorbericht vom Gebrauch der neuerfundenen logarithmische Wechsel-Tabellen... gefertigt und Hrsg von Raphael Levi, Hannover 1747*).

In the field of the trigonometry he used the word בקע for the sine and נוגע for the tangent. He did not use the cosine or the cotangent and would use, instead, the sine or the tangent of the complement. He used mainly the sine-formula and the derived tangent-formula in the plane triangles; similarly he used mainly the sine-formula in the spherical triangles and the different formulas of the spherical rectangular triangles. Normally the formulas of Trigonometry are valid in size and sign. However, Hanover seems not to rely on the knowledge of his pupils and he feels obliged, to explain lengthily, at each occasion, the rules of sign of each operation. This is rather embarrassing and disturbing for the modern reader who prefers a general formula.

In the field of the spherical astronomy, we note that he mastered the subject and knew the formulas of transformation between the horizontal, equatorial and ecliptic coordinates based on the fundamental formula of the spherical trigonometry. He did not know the sidereal time $T_s = \alpha + H$ but he used the correlated oblique setting $\alpha + \Delta$ and the oblique rising $\alpha - \Delta$, with $H = 90^\circ + \Delta$. Again these formulas are valid in size and signs, but Hanover felt obliged to detail in length and detail. Similarly Hanover did not use the azimuth Az but he used the quantity $w = Az - 90^\circ$ representing the distance from the middle western point W or from the middle eastern point E.

Hanover, as a pupil of Leibnitz, mastered calculus and introduced the notion of differential calculation, more exactly finite differential calculation, into the ancient astronomical model. Indeed the calculation of two true positions of a body for two consecutive mean longitudes of l_b and l_b+1° allows calculating the true displacement of the celestial body when its mean displacement is 1° . This allows calculating the true celerity of the celestial body with regard to its mean celerity. Hanover made use of this feature to improve the calculation, according to the ancient model of astronomy, of the true conjunctions, the true oppositions, the eclipses and the tekufot with a precision that was never reached before. Hanover claims clearly the originality of this procedure. It is certain that in the field of Jewish astronomy, this was a justified claim. It is however likely that this procedure was used in parallel, and probably before him, by professional astronomers of the most advanced countries of Europe.

Hanover introduced in the present book an original criterion of visibility of the new moon. He affirmed that the new lunar crescent is visible if the central angle of the lightened moon d is 5° corresponding to the illuminated fraction k of the disk of the moon $k = (1 + \cos E) / 2 = \cos^2 E/2 = 0.019$ with $E = 180^\circ - d$.

We note however, that he made a judgment mistake and considered that the angle of the illuminated part of the moon depends on the apparent altitude of the moon when in reality it depends on the geocentric elongation E between moon and sun (arc of light of the ancients). We note also that this criterion would be in contradiction with the observations of Danjon. According to the latter, the new crescent is not visible as long as the angle d is less than 7° (see Danjon; *Astronomie Générale*, Paris 1958 and 1986, p. 348).

Furthermore when we examine the modern criteria of visibility, that of Fotheringham and the Indian criterion, giving Δh in function of ΔAz , the difference of altitude between moon and sun in function of their difference of azimuth, we must ascertain that the elongation between sun and moon, is not a constant and depends on the relative values of Δh and ΔAz . Therefore, it does not seem that the fixed value of angle E can offer a good criterion of visibility. Of course Hanover could not know all these new elements and his idea was certainly original.

His language is very clear and precise and it is in this respect much clearer than that of ancient Jewish astronomers and modern Jewish astronomers of his time. One point is however disturbing: as the Jewish rabbinical authors of that time, he did not pay attention to the gender of the words and mixed cheerfully masculine gender and feminine gender of a word, even in one sentence.

In any case the present book allows restoring to life the calculation methods and the way of thinking of a great personality of the Jewish Nation at the end of the old regime. He had succeeded to impose the respect not only of his fellow Jews but also of his non Jewish contemporaries, as indicated on his epitaph.

Notations.

() text in brackets in the original text.

[corrected] (erroneous) according to my opinion.

[] text proposed when the original was absent, unreadable or hidden by the internal margin.

Brussels.

15 Av 5770.

ספר חכמת התכונה

שחיבר החכם השלם התוכן הגדול

ר' רפאל סג"ל מק"ק הנובר

א.

הבט נא השמימה וראית השמש והירח וכל צבא השמים מתנוצצים והולכים ומתגלגלים סביב הארץ ממזרח למערב ומקיפים אותה במשך זמן כ"ד שעות. כי עיניך הרואות ראייה מוחשת הלוא לנוכח יביטו כי כל כוכב מן הכוכבים זורח ועולה בפאת מזרח ומתגלגל והולך ממזרח למערב ויחזור והשוב אל מקומו הראשון במשך זמן כ"ד שעות. ולפי שמשפט אחד הוא לכל כוכב וכוכב להקיף סביבות הארץ מסיבה שלימה במשך זמן כ"ד שעות,² לכן הסכימו כל בעלי התכונה הקדמונים לומר שיש גלגל אחד המקיף את כל הארץ בתנועת העצמית ב-כ"ד שעות והגלגל ההוא מכריח כל שאר הגלגלים (עם הכוכבים הקבועים בהם) להתנועע עמו ממזרח למערב בתנועת הכריחית ואותו הגלגל המכריח נקרא אצל בעלי התכונה גלגל היומי לפי שסבבו העצמי הוא ביום אחד.

ב.

וחכמי התכונה הסכימו כי כל גלגל וגלגל נחלק ל-ש"ס חלקים והחלקים ההם קראו בשם מעלות וכל מעלה חלקו לששים חלקים אשר קראו בשם דקים וכל דק חלקו עוד לששים חלקים אשר קראו בשם שניים. גם חלקו כל שניה לששים שלישיים וכן לרביעיים ולחמישיים או יותר כאשר רצו לדקדק בהם בחשבון דק. גם הסכימו שהיום נחלק ל-כ"ד חלקים אשר נקראו בשם שעות וכל שעה תהיה נחלקת עוד לששים חלקים אחרים הנקראים בשם דקים. גם כל דק נחלק לששים חלקים ונקראים שניים וכן תוכל לחלק עוד כאשר ייטב בעיניך. והסכימו עוד שהעולם כולו הוא עגול ככדור והארץ (שהוא מקום הראות אשר בני אדם עומדים עליו ומשם תצא הראייה) מונחת באמצע העולם וכדי לקרב התנועה השמימית אל הציור הדמיוני, הניחו כאילו יהיה בריח אחד בתוך הגלגל, המכריח אותו מן הקצה אל הקצה וקראוהו בשם בריח העולם.³ וכאילו הגלגל מתנועע סביב הבריח ההוא. וקצות הבריח נחים ושוקטים והם נקראים צירי הגלגל או קוטבי העולם.⁴ גם הניחו אופן

² 24 sidereal hours corresponding to 23h 56m 04 s mean time.

³ The axis of the world.

⁴ The poles of the world.

באמצע הכדור והוא גלגל עובר ממזרח למערב, בין שני הקוטבים האלה, בריחוק שווה מכל צד וקראו אותו אופן המישור או גלגל משוה היום.⁵ ובגלגל הזה מודדים השעות לפי שזה הגלגל כולו, המחזיק ש"ס מעלות, מתנועע להקיף הארץ ב-כ"ד שעות. הנה כפי זה יהיה מספר המעלות המתנועעים בשעה אחת חמש עשרה מעלות. ובעבור שגלגל הזה עובר ממזרח למערב ומחלק את הכדור כולו לשני חלקים שווים, חלק אחד הוא לפאת צפון מזה הגלגל והשני לפאת דרום, לכן גם הקוטב שהוא בחלק הצפוני נקרא קוטב הצפוני ואשר הוא בחלק הדרומי נקרא קוטב הדרומי. וברוב הסתכלות העיון מצאו כי כל הכוכבים ובמאורות רושמים רושם דמיוני בהקפתם היומיות כעין קוים עגולים הנקראים מסיבות היומיות. והנה המסיבות וההקפות האלה הן מקבילות ונוכחיות לקו משוה היום, רצוני לומר, שיש ביניהם מרחק שווה מכל צד.⁶

ג.

וכדי לדמות בדעתנו מהלך כל כוכב וכוכב וגבהו ועלייתו ושקייתו ולצייר הדברים האלה היטב בדמיונו ולקבוע אותם ברעיונות, לכן היניחו גם בארץ, כאילו קו עגול עובר עליה ממזרח למערב ומקיף כל הכדור ההוא וקראוהו בשם קו השווה⁷ והוא מכוון תחת קו משוה היום אשר בשמים. גם הניחו בדמיונם כאילו היו שני קוטבים בארץ,⁸ שהם מכוונים נוכח קטבי הרקיע.⁹ וכל נקודה שהיא בשטח גבולות הארץ, המתרחקת מן הקו השווה לצפון או לדרום, הנה המרחק ההוא נקרא רוחב המדינה.¹⁰ ומספר מעלות מרחק הנקודה ההיא מן הקו השווה, הוא מספר מעלות רוחב המדינה. וכל נקודה שהיא עומדת על קו השווה עצמו, ואינה נוטה ממנה לצפון או לדרום, נאמר עליה שאין לה רוחב לפי שהקו השווה הוא המקום שמשם מתחילים למדוד רוחב המדינה.

ד.

ול להיות כי כיפת השמים מקפת את ארץ מכל צדדיה והאדם העומד על הארץ בכל מקום שהוא, ידמה בעיונו כאילו הוא עומד בטיבור הארץ¹¹ ובאמציעותה ועיניו תראינה חצי כיפת הרקיע¹² למעלה משטח הארץ. וידמה בנפשו כאילו לקצות הארץ יביט היכא דנשקי שמיא וארץ בהדי הדדי. הנה אותו העיגול הגדול (המפריש לעיין בין חצי הרקיע הנראה לנו ובין חצי הרקיע הנסתרת מעינינו תחת הארץ) נקרא אופן המפריש או אופק.¹³ והאופן הזה ינוח במקומו ובו נרשום עליית הכוכבים ושקיעתם. כי כאשר נראה כוכב מן הכוכבים במזרח, אשר קודם לכן היה נעלם מראות עינינו, נאמר עליו כי הכוכב ההוא עולה במזרח. וכן כאשר נראה כוכב מן הכוכבים בפאת מערב ואחר זמן מה לא נראה עוד, נאמר עליו כוכב פלוני שוקע במערב. וכל מדינה ומדינה יש לה אופק בפני עצמו, זולת מדינה אחרת כי האופקים משתנים כפי שינוי מצב האנשים. ולהיות כי לכל אופק ואופק יהיו קוטבים מיוחדים והן הנקודות שהן בתכלית המרחק מאופן המפריש. ומרחקן מן האופן הזה הוא מרחק שווה מכל צד, והן נקודות נוכח הראש¹⁴ והרגל,¹⁵ רצוני לומר כאשר תדמה נקודה אחת למעלה, נוכח

⁵ The celestial equator.

⁶ Celestial parallels.

⁷ Earthly equator.

⁸ Earthly poles.

⁹ The poles of the world.

¹⁰ The geographical latitude.

¹¹ The center of the earth.

¹² The celestial sphere.

¹³ The horizon.

¹⁴ Zenith.

¹⁵ Nadir.

ראשך ותדמה עוד נקודה אחת למטה נוכח רגליך. הנה שתי הנקודות האלה הן קוטבי אופן המפריש.¹⁶ ולפי שהאופקים משתנים כשינוי מצב האנשים בכל מדינה ומדינה, נמשך מזה כי גם נקודות נוכח הראש והרגל משתנות כשיעור שינוי האופקים.

ה.

ועדיין צריכין אנחנו לצייר בדמיונו כאילו אופן אחד נטוי בשמים מצפון לדרום ועובר על שני קוטבי העולם ועל נקודת נוכח ראשו ככל אופק ואופק אשר אנחנו עומדים שם והעיגול נקרא אופן חצי היום,¹⁷ לפי שהוא אמצעי בין מזרח ומערב. כי האופן הזה מחלק את הכדור השמימי לשני חלקים שווים. החלק האחד הוא החלק המזרחי והחלק השני הוא החלק המערבי. וכאשר יפגע כוכב מן הכוכבים באחד מנקודות האופן הזה, יהיה במקום הממוצע שבמסיבה היומית או תאמר שהוא במקום האמצעי שבין נקודת הזריחה והשקיעה. וכאשר יהיה השמש באחת מנקודות האופן הזה תהיה עת חצי היום ממש. והאופן הזה נחתך עם אופן משוה היום בשתי נקודות נוכחיות, האחת למעלה מאופן המפריש והשנייה למטה מאופן המפריש ונחתכים זה עם זה בדרך זווית ניצבת במשפט שני עגולים גדולים החותכים זה את זה באמציעותם וכל אחד עובר על קוטב בשני. כי במו שאופן חצי היום עובר על קוטבי העולם שהם קוטבי משוה היום כך אופן משוה היום עובר על קוטבי חצי היום שהם באמצע המזרח והמערב. גם אופן חצי היום נחתך עם אופן המפריש בשתי נקודות נוכחיות בדרך זווית ניצבת, כי כל אופן מאופני חצי היום יהיה באיזה אופק שיהיה עובר על שני קוטבי העולם ועל שני קוטבי האופק. ובעבור שאופן חצי היום עובר על שני קוטבי האופק וקוטבי האופק משתנים כפי שמי המדינה באורך וברוחב, אם כן גם אופן חצי היום משתנה, עד שיש לכל מדינה ומדינה אופן חצי היום בפני עצמו. והאופן הזה מודדים גובה כל כוכב בהיותו באופן חצי היום והקשת שהוא בין האופק ובין הכוכב הוא גובה¹⁸ הכוכב ההוא. וכן מודדים בו גובה הקוטב שהוא קשת האופן הזה שבין אופק הצפוני ובין הקוטב והוא שווה לרוחב המדינה¹⁹ במו שיתבאר לקמן בצורה א. וכן מודדים באופן זה נטיית²⁰ כל כוכב ממשוה היום, בין לצפון בין לדרום. והוא קשת מאופן חצי היום שבין כוכב מן הכוכבים ובין נקודת משוה היום אשר באופן ההוא.

ו.

וראוי שתדע כי חכמי התכונה הסתכלו היטב בשמש ובירח עד אשר ראו שהשמש שוקע במערב עם כוכב אחד מן הכוכבים ואחרי זמן מצאו שהשמש שוקע עם כוכבים אחרים אשר היו במזרח השמש קודם הזמן ההוא. גם מצאו שהירח עולה היום במזרח עם כוכב אחד מן הכוכבים ואחרי זמן מה עולה עם כוכבים אחרים והכוכב אשר עלה אתמול עם הירח עומד היום במערב הירח ומתרחק ממנו יום אחר יום עד כי אחרי שש"ה ימים בקירוב מצאו שהשמש שוקע עם הכוכב ההוא אשר שקע עמו. גם בתחילת הסתכלותם, גם מצאו שהירח גם הוא עולה עם הכוכב אחרי כ"ז יום בקירוב כאשר עלה עימו בתחילה. ומפני זה הסכימו חכמי התכונה שיהיה גלגל מיוחד לשמש, גם גלגל מיוחד לירח למטה מן הכוכבים ההם. שהם מסבבים בגלגלם תנוע עצמית מן המערב למזרח עד שהשמש משלים תנועת גלגלו ב-שס"ה יום והירח ב-כ"ז יום בקירוב. ותנועתם שהם מתנועעים ממזרח למערב, היא תנועה הכרחית המוכרחת על-ידי תנועת גלגל היומי המסבב את כדור הארץ כולו ביום אחד ובתנועתו ההיא הוא מכריח להניע עמו עוד גלגלים אחרים.

¹⁶ The poles of the horizon.

¹⁷ The celestial meridian.

¹⁸ The altitude.

¹⁹ The geographical latitude.

²⁰ The declination.

וכאשר חקרו חכמי התכונה והסתכלו היטב במהלך השמש והירח מצאו כי השמש והירח הולכים הלוך אורחות עקלקלות²¹ ולא בדרך אחד יצאו כמו שאר הכוכבים הקיימים, השומרים יחוס מהלכם בערך משה מיום. המשל בזה, כאשר יהיה כוכב מן הכוכבים הקיימים רחוק ממשוה היום לצפון או לדרום, אזי הוא מסבב מסיבתו ביושר כפי ערך מסיבת משה היום, ולא ישתנה מרחקו ומסיבתו. אבל יהיה מרחקו ממשוה היום מרחק שוה תמיד²². גם מסיבתו היום כמסיבתו אתמול, וכן יהיה מסיבתו למחר וכן מסיבתו כל יום ויום. לא כן מסיבת השמש והירח כי הם לא יסובבו תמיד על דרך אחד כי פעם עולים והולכים במסילת משה היום עצמו ופעם עולים והולכים במסילה אחרת ונוטים ממנו לצפון או לדרום. ומפני זה הסכימו חכמי התכונה שגלגל השמש והירח נוטה מגלגל משה היום לצפון או לדרום. ושני הגלגלים האלה נחתכים עם משה היום בשתי נקודות הפגיעה שהן ראש טלה²³ וראש מאזנים²⁴. והגלגלים האלה, מהשמש והירח הם מכוונים תחת גלגל המזלות בשוה כאילו שלשתם גלגל אחד והוא אשר קראו בשם קו הלקות²⁵. וכאשר השגיוחו בעלי התכונה והסתכלו היטב בשמש והירח הסובבים בגלגל הדומה לגלגל המזלות ומצאו הירח לפני השמש בפאת מערב ואחרי הימים מצאו הירח אחרי השמש בפאת מזרח. הנה אחרי שלשים יום בקירוב הסתכלו בהם עוד ומצאו הירח לפני השמש וכן אחרי איזה ימים מצאו הירח אחרי השמש כאשר היתה הסתכלותם בתחילה בהשקפה הראשונה. ובדרך זה מצאו אותם כל שלשים יום בקירוב עד כלות השנה. ואז מצאו שניהם מחוברים בנקודה אחת מן הגלגל המזלות, כאשר מצאו אותם בהשקפתם הראשונה בתחילת ההסתכלות. וכן הסכימו לחלק גלגל המזלות לשנים עשר חלקים וקראו לכל חלק וחלק מהם על שם צורת הכוכבים העומדים בחלק ההוא. כי יש חלק מהם כוכבים מתדמים לצורת טלה ויש חלק שנמצאו בו כוכבים מתדמים לצורת שור וכן בכל שאר החלקים נמצאו כוכבים מתדמים לאיזו צורה מן הצורות. לכן קראו לכל חלק וחלק על שם הצורה הנמצאת בו מקיבוץ הכוכבים העומדים שם. והכוכבים המתדמים לצורה מן הצורות בכל חלק מן החלקים ההם מתפשטים עד שלשים מעלות באורך²⁶ ומתרחבים כמו עשר מעלה בקירוב. ולפי שהשמש מכוון בהליכתו וסובב תחת אמצעית הכוכבים ההם בכל עת ובכל זמן מבלי שינוי, בעבור זה הסכימו לחלק את גלגל השמש גם כן לשנים עשר חלקים כאלה וקראו גם כן לכל חלק בשם צורת קיבוץ הכוכבים ההם. ואלה שמותם, טלה, שור, תאומים, סרטן, אריה, בתולה, מאזנים, עקרב, קשת, גדי, דלי ו-דגים²⁷. ועל דרך כלל קראו לכל חלק וחלק מהם בשם מזל. וסדר המזלות²⁸ ההם הוא ממזרח למערב כדרך תנועת מהלך השמש. עוד מצאו ברוב הזמן על ידי כלים הנאותים לכך שמרחק השמש בנטייתו מגלגל משה היום הוא מרחק שוה אשר לא ישתנה בשום זמן. ועם היות ויש מרחק מיוחד לכל מעלה ומעלה ממעלות גלגל השמש בפחות ויותר, עם כל זה, מרחק המעלה עצמה הוא מרחק שוה בכל עת ובכל זמן. המשול בזה כאשר יהיה השמש בראש סרטן אזי הוא רחוק ממשוה היום כ"ג מעלות וחצי ולא ישתנה המרחק ההוא בכל זמן. ובעבור זה הסכימו לומר שגלגל המזלות וגלגל משה היום נחתכים זה עם זה בשתי נקודות הפגיעה שמם ראש טלה וראש מאזנים, ושתי נקודות הפגיעה

²¹ Jud. 5 ; 6.

²² Celestial parallels.

²³ The vernal equinox or the point γ .

²⁴ The autumnal equinox or the point Ω .

²⁵ The ecliptic.

²⁶ Celestial latitude.

²⁷ Aries (Ram) from 0° until 30°, Taurus (Bull) from 30° until 60°, Gemini (Twins) from 60° until 90°, Cancer (Crab) from 90° until 120°, Leo (Lion) from 120° until 150°, Virgo (Virgin) from 150° until 180°, Libra (Scales) from 180° until 210°, Scorpio (Scorpion) from 210° until 240°, Sagittarius (Archer) from 240° until 270°, Capricornus (Goat) from 270° until 300°, Aquarius (Waterman) from 300° until 330°, Pisces (Fishes) from 330° until 360°.

²⁸ The signs of the Zodiac.

עומדות תמיד על מצב אחד ואינן זזות ממקומן ובלתי מתנועות לגמרי.²⁹ גם הששה המזלות מראש טלה עד סוף בתולה הם עומדים תמיד לפאת צפון ממשוה היום ונקראו המזלות הצפוניים וכן הששה המזלות האחרים, מראש מאזנים עד סוף דגים הם עומדים תמיד לפאת דרום ממשוה היום ונקראו מזלות הדרומיים. ונקודת ראש טלה גם ראש מאזנים תמיד על קו משוה היום הוא תקום ולא תזוז משם והיא נקודת הפגיעה או נקודת השיוי לפי שכל שאר הנקודות מגלגל המזלות נוטות ממשוה היום לצפון או לדרום עד שכל נקודה הנוטה ממשוה היום יותר מחברתה יש לה מרחק יותר עד ראש סרטן ושם תהיה הנטייה ממשוה היום בתכלית המרחק לצפון ומרחקו כ"ג מעלה וחצי. הנה בידך כי תכלית מרחק השמש ממשוה היום לצפון או לדרום הוא כ"ג מעלה וחצי. ולהיות שגלגל המזלות נוגע תמיד במקום אחד מגלגל משוה היום והוא בשתי נקודות הפגיעה. מבואר מזה שגלגל המזלות מתנועע ממזרח למערב בתנועה הכרחית ומקיף כל כדור הארץ בתנועתו ביום אחד עד שהמזלות צומחים ועולים זה אחר זה בפאת מזרח כפי סדר המזלות, רצוני לומר, בתחילה עולה טלה ואחר כך שור ואח"כ תאומים וכן כולם ושוקעים בסדר הזה. ובכל עת ובכל זמן יהיו ששה מזלות למעלה מן האופק וששה מזלות למטה מן האופק כאשר שוקע ראש טלה בערב אזי עולה ראש מאזנים במזרח שהוא מזל השביעי ממנו וכן כולם. וראוי שתדע כי במסיבתם ממזרח למערב יהיה לכל מזל ומזל ולכל נקודה מגלגל המזלות דרך ומסלול בפני עצמו כי ראש טלה וראש מאזנים מסביב משוה היום עצמו ומסיבת ראש שור וראש בתולה היא בפאת צפון ממשוה היום ומסיבת ראש עקרב וראש דגים היא בפאת דרום ממשוה היום וכן מסיבת כל מעלה ומעלה מגלגל המזלות משונה מחברתה עד שמסיבת ראש סרטן היא בתכלית המרחק ממשוה היום לצפון וכן מסיבת ראש גדי היא בתכלית המרחק לדרום ומסלול מהלך כל מזל ומזל ממזרח למערב נקרא מסיבה היומית. וממה שהתבאר תוכל לצייר כי ראש טלה וראש מאזנים עולים תמיד באמצע המזרח ושוקעים באמצע המערב ושאר המזלות נוטים בעלייתם או בשקיעתם לצפון או לדרום כי ראש סרטן שהוא בתכלית המרחק ממשוה היום לצפון עולה תמיד ברוח מזרחית צפונית ושוקע במערבית צפונית וראש גדי שהוא בתכלית המרחק ממשוה היום לדרום עולה ברוח מזרחית דרומית ושוקע במערבית דרומית. וכן שאר כל המזלות כפי נטייתם לצפון או לדרום, כך עולים ויורדים לצפון או לדרום ונוטים מאמצע המזרח ומאמצע המערב. ובעבור שיש לכל גלגל שני קוטבים מבואר שיש גם לגלגל המזלות שני קוטבים ולהיות שגלגל המזלות מתנועע בתנועה הכרחית על ידי תנועת משוה היום יחויב מזה שגם קוטבי גלגל המזלות יתנועעו על ידי תנועה הכרחית ההיא ואינם שוקטים ונחים כקוטבי גלגל היום. ויתנועעו קוטבי גלגל המזלות סביב קוטבי גלגל היום (שהם קוטבי משוה היום או קוטבי העולם) במשך זמן כ"ד שעות, פעם עומדים למעלה מהם, פעם למטה מהם, פעם מימנם ופעם משמאלם. שאם קוטב המזלות הצפוני עומד למעלה מקוטב העולם הצפוני, אזי יהיה קוטב המזלות הדרומי למטה מקוטב העולם הדרומי וההפך בהפך. ואם יהיה קוטב המזלות הצפוני מימין מקוטב העולם הצפוני, אזי יהיה קוטב המזלות הדרומי משמאל מקוטב העולם הדרומי וההפך בהפך. ותמיד יתרחקו קוטבי המזלות מקוטבי העולם כשיעור מרחק הרחוק של גלגל המזלות ממשוה היום והוא כ"ג מעלה וחצי וגם הם עושים מסיבה יומית כמו שאר הנקודות של גלגל המזלות.

ח.

ולהיות שגלגל השמש הוא תחת גלגל המזלות ושני הגלגלים האלה מתנועעים במסיבתם היומית ממזרח למערב, והשמש מתנועע בגלגלו בתנועתו העצמית ממערב למזרח, הפך תנועת המסיבה היומית, מבואר מזה שבהיות השמש בראש טלה, הוא מתנועע והולך ממערב למזרח. ואחרי שלושים יום בקירוב יהיה בראש מזל שור וכן הוא מתנועע והולך עד שיגיע לראש תאומים ובדרך זה הוא מתנועע בגלגלו עד שיבא אל מקומו הראשון ב-שס"ה יום בקירוב. והנה מכל זה תוכל להתבונן בנקל כי גם השמש במסיבתו היומית פעם תהיה מסיבתו כמסיבת המזלות הצפוניים, והוא בהיותו במזלות הצפוניים, ופעם תהיה מסיבתו כמסיבת המזלות הדרומיים, והוא בהיותו במזלות הדרומיים. ופעם הוא מיסב כמסיבת משוה היום עצמו והוא בהיותו בשתי נקודות הפגיעה. ומזה תבין כי כל מה שדברנו מנטיית המזלות הוא הדין בעצמו בנטיית השמש ומסיבתו בלא שינוי, רצוני לומר שבהיותו בראש טלה אזי הוא עומד על משוה היום עצמו בנקודות הפגיעה ואין לו נטייה

²⁹ As long as we neglect the precession of the equinox.

ממנו ומשם והלאה נוטה לצפון ומתרחק ממנו בתנועתו עד שיגיע לראש סרטן ואז תהיה נטייתו ממנו בתכלית המרחק והוא כ"ג מעלה וחצי והוא הנקרא היפוך הקייצי,³⁰ כי משם והלאה מתהפך בתנועתו ומתקרב והולך אל משה היום עד שיגיע לראש מאזנים. ואז הוא הוא עומד על משה היום עצמו בנקודת הפגיעה השנית ואין לו נטייה ממנו ומשם והלאה מתרחק ממנו לפאת דרום עד שיגיע לראש גדי ואז תהיה נטייתו ממנו בתכלית המרחק לצד דרום. והמרחק הזה הוא כ"ג מעלה וחצי והוא הנקרא היפוך החורפי³¹ כי משם והלאה מתהפך בתנועתו להתקרב אל משה היום עד שעגיע אל המקום אשר היה שם בתחילה והוא ראש טלה.

ט.

כל המדינות השוכנות על קו השווה, רצוני לומר שהן מכוונות תחת קו משה היום והוא שעגולת משה היום עוברת על נוכח נקודות ראשי המדינות ההן וקוטבי העולם שוכבים על אופק המדינות ההן. הנה בכל המדינות ההן יהיו הימים והלילות שווים בכל ימות השנה, וכל זה הוא לפי שקשת המסיבה היומית שלהן אשר למעלה מן האופק הישר³² הוא שווה עם הקשת אשר הוא למטה מן האופק, כי כמו שבאופק נוטה³³ (לצפון או לדרום ממשוה היום, שאין קשת מסיבתם הנראית והנסתרת שות כאשר יהיה השמש במזלות הצפוניים או הדרומיים שאז הימים והלילות משתנים) יהיו הימים והלילות שווים כאשר יהיה השמש בשתי נקודות הפגיעה, שהן ראש טלה וראש מאזנים. לפי שאז תהיה קשת המסיבה היומית הנראית שווה עם קשת המסיבה הנסתרת תחת האופק. כך באופק ישר יהיו הימים והלילות שווים כאשר יהיה השמש בכל מזל מן המזלות. וסיבה הזו בעצמה אע"פ שהמזלות ההם נוטים מגלגל משה היום לצפון או לדרום וקשת מסיבתם הנראית היא פחותה מקשת מסיבת משה היום. וכל זה לפי שנקודת מסיבתם היומית אשר תעלה במזרח עם נקודת משה היום בשווה הן הנקודות בעצמן השוקעות בשווה ברגע אחד במערב. המשל (בצורה ב)³⁴ עגולת א, ב, ג, ד, הוא משוכני קו המשוה³⁵ וקו ב, ה, ו, ז, ח, ד, הוא גלגל משה היום ומתנועע מן ב אל ה ואל ו וכו'.³⁶ ונקודת ב הוא פאת מזרח ונקודת ד הוא פאת מערב. ונקודת א הוא קוטב הצפוני ונקודת ג הוא קוטב הדרומי וגלגל המזלות מתנועע בתנועתו ההכרחית עם תנועת משה היום כדרך שכל מסיבות היומיות מתנועעות. וכל הנקודות שבגלגל המזלות הן מקבילות נוכח נקודות משה היום עד שכל המסיבות היומיות הן שוות בעלייתן ובשקיעתן במדינות האלה. שהן תחת משה היום, רצוני לומר החלק מה שלמעלה מן האופק שלה עם מה שלמטה ממנה אע"פ שקשת מסיבתן פחותה מקשת מסיבת משה היום. ונדמה עוד אופקים אחרים לשוכני קו השווה כגון אופק א, ה, ג, או אופק א, ו, ג, וכיוצא בהם, שהם אופקים מתחלפים לשוכני קו השווה באורך המדינה ממערב למזרח עד שיתכן שאופק אחד מיושבי קו השווה הוא אופן חצי היום למדינה אחרת משוכני קו השווה.³⁷ וכן כל אופק

³⁰ The estival inversion.

³¹ The winter inversion.

³² The right horizon. This expression characterizes the horizon of any region at the equator.

³³ The oblique horizon. This expression characterizes the horizon of any region with latitude different than zero and thus not belonging to the equator.

³⁴ It represents the celestial sphere of a point of the surface of the earth at the equator. The equator and the celestial parallels are perpendicular to the plane of the horizon. The axis of the world and its poles are in the plane of the horizon and the equator passes through the zenith and the Nadir. In the representation of the manuscript, the celestial sphere is seen from the zenith and projected on the horizon. The equator appears as a perpendicular to the axis North-South and the ecliptic as an oblique because it is assumed in this drawing that the vernal equinox coincides with the zenith and the autumnal equinox coincides with the nadir.

³⁵ The local horizon of this area of the equator.

³⁶ Clockwise.

³⁷ All the circles passing through the North and South points are declination circles perpendicular to the equator. The author means that each of these circles is parallel to the plane of the horizon of a specific point of the equator and also parallel to the meridian of another point of the equator. The last point has a longitude equal to the longitude of the first point plus 90°.

ואופק משוכני קו השווה הוא אופן חצי היום למדינה אחרת שהיו ברוחב המדינה חוץ ממשוה, לצפון או לדרום.³⁸ ונניח נקודת **צ** היא נקודת ארץ ישראל שהוא בצפון ממשוה היום, הנה עגולת **א, ו, ג** שהוא אופק לאחת מן המדינות משוכני קו השווה היא עוברת על נקודת נוכח ראשי מדינת **צ** שהיא מדינת ארץ ישראל וא"כ הוא עגולת חצי היום למדינה ההיא. ואתה המעיין עמוד והתבונן בצורה הזאת ותבין ותשכיל כי בכל העגולים והקווים שבתוך העגולה המקפת הצורה הזאת ותדמה בהם בנפשך כאילו הם מתעגלים למעלה מן השטח ובעגולה המקפת את כל הצורה תהיה עגולה שיטתית כמו שהיא וכאשר תשים הדברים האלה על לבך אז תצליח ואז תשכיל.

י.

ואשר ראוי שתדעוהו הוא כי על ידי עגולי האופקים משוכני קו המשוה או על ידי אופני חצי היום משאר המדינות שהן חוץ מקו המשוה, בהם מודדים נטיית כל נקודה ונקודה הנוטה ממשוה היום לצפון או לדרום.³⁹ המשל בצורה והיא צורה **ב**, שמזל סרטן רחוק ממשוה היום קשת **בנ** והוא נטיית הסרטן לצפון. ומזל תאומים נוטה לצפון קשת **הס** מעגולת **א, ה, ג**, ומזל דלי נוטה לדרום קשת **מט** מעגולת **ג, ט, א**, ומזל גדי נוטה לדרום קשת **פד** מעגולת **א, ד, ג**, וכן כולם כמו שהם. ומבואר שכל שתי נקודות מגלגל המזלות שאחת בצפון ואחת בדרום שהן רחוקות מנקודות הפגיעה במרחק שווה, תהיה גם נטייתן שווה כמו ראש שור וראש בתולה וראש עקרב וראש דגים שהם שווים במרחקם מנקודת הפגיעה וכל מרחק מהם שלושים מעלה, הנה גם הם שווים בנטייתם ממשוה היום. וכן ראש תאומים וראש אריה וראש קשת וראש דלי שהם שווים במרחקם מנקודת הפגיעה וכל מרחק מהם הוא ששים מעלה לכן גם בנטייתם ממשוה היום הם שווים. וכן ראש סרטן וראש גדי מרחקם שווה מנקודת הפגיעה והוא מרחק תשעים מעלה, הנה גם נטייתם הוא שווה. אף ראש טלה וראש מאזנים אין להם נטייה לגמרי לפי שהם על נקודת הפגיעה עצמה.

יא.

כבר הסכימו בעלי תכונה להתחיל מניין מעלות גלגל המזלות מתחילת מזל טלה.⁴⁰ גם מניין מעלות משוה היום התחילו למנות מתחילת טלה כפי סדר המזלות כי אמרו שמתחילת טלה עד ראש שור שלושים מעלה ועד ראש תאומים ששים מעלה ועד ראש סרטן תשעים מעלה ועד ראש מאזנים ק"פ מעלה ועד ראש גדי ר"ע מעלה וכן הדין במניין מעלות משוה היום.

יב (א).

ואם תרצה לידע נטיית כל נקודה ונקודה מגלגל המזלות הסתכל בצורה **ב** ותראה כי הקשת המגבלת מרחק הנטייה הוא קשת אופן מאופני חצי היום⁴¹ העובר על הנקודה מגלגל המזלות (אשר אנו מבקשים מרחק

³⁸ Each declination circle is parallel to a geographical and a celestial meridian.

³⁹ Today we abstain from referring always to the planes of the points of the equator and to the meridians of points not belonging to the equator when we consider the local celestial sphere. The declination is measured on the declination circles.

⁴⁰ The vernal equinox. They are counted counterclockwise.

⁴¹ Circles of declination.

נטייתה) וחותך את משוה היום בדרך זווית נצבת. ומבואר שהזווית המוגבלת ממשוה היום ומגלגל המזלות לא ישתנה מרחקה בנטיית כל נקודה ונקודה מגלגל המזלות בין מעט בין הרבה כי תמיד תהיה נטייתה כ"ג מעלה וחצי (כמו מה שקימו וקבלו עליהם)⁴² כל בעלי תכונה כי היקף כל גלגל וגלגל הוא ש"ס מעלה, בין שהוא גלגל גדול או קטן) וכל זה בעבור שהנטייה הגדולה גם היא כ"ג מעלה וחצי. וא"כ כל קשת הנטייה היא מנוגדת הזווית הנזכרת רצוני לומר שהזווית הנזכרת היא משותפת לכל הקשתות הנטיות. והנה במשולש **סהז** שהוא למשל ראש תאומים ונודע לנו כי הזווית **ה** היא זווית ניצבת וזווית **ז** היא כ"ג מעלה וחצי והנשטח **סז** ס' מעלה. והנה ע"י חשבון המשולשים נוכל לבא לידיעת קשת הנטייה שהיא קשת **הס**.⁴³

$$\log \sin 60^\circ = 9.9375306^{44}$$

$$\log \sin 23^\circ 30' = 9.6006997^{45}$$

$$19.5382303 = \log \sin 20^\circ 12'$$

וזאות היא הנטייה המבוקשת.

ואם נודעת לנו נטיית כל נקודה מראש טלה עד ראש סרטן, מבואר שידועה לנו נטיית כל שאר הנקודות מגלגל המזלות כי אחרי אשר ידענו נטיית ראש תאומים נדע נטיית ראש אריה לפי שנטייתם שווה וכן נטיית ראש קשת וראש דלי שווה וכן שאר כל נטיות המזלות שהם במרחק שווה מנקודת הפגיעה הם שווים בנטייתם.

י"ב (ב).

כל נקודה ונקודה ממשוה היום העולה בשוה עם נקודה מנקודות גלגל המזלות זהו מה שנקרא אצל חכמי תכונה מצעדי המזלות והוא קשת מאופן חצי היום⁴⁶ אשר תעבור על איזו נקודה מנקודות משוה היום ותגיעה אל איזו נקודה מנקודות גלגל המזלות ואותו הקשת ממשוה היום נקרא קשת העלייה כי בה מודדים כמה מעלות העולות עמה מקשת גלגל המזלות. והנה מצעדי המזלות באופן ישר⁴⁷ שהוא אופק שוכני קו השווה (עיין בצורה שקדמה והיא בצורה **ב**) אם יעלה ראש שור (והוא נקודת **ע**) באופק הישר שהוא בעגולת **אעג** והיא העגולה החותכת עגולת משוה היום בנקודת **ו**, נאמר על ראש שור שעלה עמו קשת **זו** ממשוה היום. כן אם עולה תאומים והיא נקודת **ס** נאמר שעלה עמו קשת **זה** ממשוה היום והיינו מתחילת נקודה הפגיעה והיא נקודת **ז** עד נקודת **ה** שהיא נקודת החיתוך שהאופק ומשוה היום חותכים זה את זה. ומן הצורה הזאת תוכל לצייר כי הקשת מהגלגל המזלות אשר מנקודת הפגיעה עד ראש תאומים והיא נקודת **ס**, היא גדולה מן הקשת שהיא מנקודת הפגיעה עד נקודת **ה** ממשוה היום. ואולם קשת העלייה בראש סרטן היא שווה לקשת **סנ** העולה עמה ממשוה היום כי כל קשת משתיהן היא תשעים מעלה. אבל מראש סרטן ואילך יהיה קשת עליית משוה היום גדולה מקשת עליית גלגל המזלות. המשל בזה אם עולה ראש אריה תהיה קשת המזלות קשת **זעסנס** וקשת העלייה ממשוה היום היא קשת **זוהבה** והיא גדולה מקשת המזלות. וכן היא מוספת והולכת עד ראש מאזנים ואז שתיהן שוות וכל קשת מהן ק"פ מעלה. מראש טלה ומראש מאזנים ואילך עד סוף דגים יהיה ערך הקשת **זו** לזו באורך ובקוצר כערך קוצר ואורך בקשתות מן טלה ועד מאזנים, רצוני לומר שמראש מאזנים עד

⁴² Esth 9; 27.

⁴³ The exact formula is $\sin \delta = \sin \lambda * \sin \varepsilon$. If $\lambda = 60^\circ$ and $\varepsilon = 23^\circ 30'$ then $\delta = 20.2017^\circ = 20^\circ 12' 06''$

⁴⁴ Today $\log \sin 60^\circ = -0.06246937$. Hanover added 10 and got 9.9375306

⁴⁵ Today $\log \sin 23^\circ 30' = -0.39930032$. Hanover added 10 and got 9.6006997

⁴⁶ As already mentioned each circle of declination is parallel to the plane of the horizon of a point of the equator and to a meridian having a geographical longitude equal to the first point increased with 90° . It seems easier to call these circles of declination of the local celestial sphere without referring always to other regions of the earth.

⁴⁷ The circle of declination is the horizon of a point of the equator. The point of the ecliptic of longitude λ rises and sets at the horizon of any point of the equator together with the point of the equator of the corresponding right ascension α . Hence the name right ascension as the trajectories of the celestial bodies at the horizon of a point of the equator is perpendicular to it.

ראש גדי תהיה קשת המזלות גדולה מקשת משה היום ובראש גדי עצמו שתיהן שוות ושיעור כל אחת מהן ר"ע מעלה, ומשם והלאה קשת משה היום מוספת והולכת על קשת גלגל המזלות. וכן הדין בקשת השקיעה ותבין ותדע כי כל מה שזכרנו ממצעדי המזלות הוא דרך כלל⁴⁸. אמנם בדרך הפרטי רצוני לומר מה שיעלה עם כל מעלה מגלגל המזלות הוא זה:⁴⁹ מן חצי שור עד חצי אריה קשת משה היום היא גדולה יותר מקשת המזלות כי עם מעלה אחת מגלגל המזלות עולה יותר ממעלה במשך היום. ומן חצי אריה עד חצי עקרב תהיה קשת המזלות גדולה יותר מקשת משה היום כי בעליית מעלה אחת מגלגל המזלות תהיה הקשת משה היום העולה עמה פחות ממעלה. ומן חצי עקרב עד חצי דלי יהיה הדין כמו מן חצי שור עד חצי אריה ומן חצי דלי עד חצי שור יהיה הדין כמו מן חצי אריה עד חצי עקרב כי בארבע מקומות האלה תהיה עלייתן שווה וכן הדין בשקיעה. וכל זה באופן ישר שהוא אופן לשוכני קו השווה שקו חצי היום הוא אופן שלהם.⁵⁰ אבל בשאר האופקים הנוטים מן הקו השווה יהיה בהם דרך אחר וכמו שיתבאר לפנינו. ולהגיע אל ידיעת עליית משה היום עם איזו נקודה שבגלגל המזלות הוא עולה, צריכין אנחנו לחשבון המשולשים והוא במשלנו זווית ניצבת שבו נודע הנטייה וזווית אחת והרצה לדעת צלע הסמוכה אל הזווית הידועה כגון אם אנו מבקשים לדעת עליית המשה באופן ישר בראש תאומים יהיה במשולש **הסז** בצורה **ב**, זווית **ה** ניצבת וזווית **ז** כ"ג מעלה וחצי והנשטח **זס** מעלות ועפ"ז נוכל למצא צלע **הז** שהיא עליית המשה עם ראש תאומים.⁵¹

$$\log \tan 60^\circ = 10.2385606^{52}$$

$$\log \cos 23^\circ 30' = 9.9623978^{53}$$

$$20.2009584 = \log \tan 57^\circ 48'$$

וזאת היא עליית משה היום העולה עם נקודת ראש תאומים באופן ישר. וממה שהראיתך תוכל להגיע על עליית קשת משה היום בכל נקודה ונקודה העולה עם נקודה מן הנקודות שהגלגל המזלות. ואם ידעתה באלה שוב לא יהיה נעלם ממנו עלייתה מ-צ' מעלה עד ק"פ אשר תעלה עם הנקודה מגלגל המזלות והוא שתקח מרחקה מנקודת הפגיעה הקרובה. המשל בזה אם תרצה לדעת עליית המשה בראש אריה תיקח מרחקה מנקודת הפגיעה הקרובה. והוא ראש מאזנים והמרחק הוא ס' מעלה ותדע עליית משה היום שהוא שווה לעלייתה עם ראש תאומים שהוא ס' מעלה מן ראש טלה. וכן תגרע אותה מן ק"פ מעלה והנשאר הוא עליית המשה עם ראש אריה. וכן תוכל לעשות בכל נקודה שהוא מ-צ' עד ק"פ מעלות. ואם ידועה לך נטיית כל נקודה ונקודה עד ק"פ, בנקל תוכל למצא עליית המשה עד ש"ס מעלות והא שתקח המרחק מראש מאזנים עד

⁴⁸ Thus from the formula $\tan \alpha = \tan \lambda * \cos \varepsilon$ or $\tan \alpha = 0.917 * \tan \lambda$ we deduce 1) that $\alpha = \lambda$ for $\lambda = 0, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ and 360° 2) in the first and third quadrant $\tan \lambda > \tan \alpha > 0$ and therefore $\lambda > \alpha$ and 3) in the second and the fourth quadrant $0 > \tan \alpha > \tan \lambda$ and therefore $\alpha > \lambda$.

⁴⁹ Here Hanover wants to compare $\Delta \alpha$ and $\Delta \lambda$. By differentiation of the formula: $\tan \alpha = \tan \lambda * \cos \varepsilon$ we get for the first member $(1 + \tan^2 \alpha) d \alpha / d \lambda$ and for the second member $\cos \varepsilon * (1 + \tan^2 \lambda)$. Therefore $d \alpha / d \lambda = \cos \varepsilon * (1 + \tan^2 \lambda) / (1 + \tan^2 \alpha) = \cos \varepsilon * (1 + \tan^2 \lambda) / (1 + \tan^2 \lambda * \cos^2 \varepsilon)$.

If $\lambda = 45^\circ$ and $\varepsilon = 23^\circ 30'$ then $d \alpha / d \lambda = 0.996263 \sim 1$ thus from 45° until 135° and from 225° until 315° $d \alpha / d \lambda > 1$ and from 135° until 225° and from 315° until 45° $d \alpha / d \lambda < 1$. It should be noted that the limits are rounded off limits and not theoretical limits.

⁵⁰ See above. The formulation is unclear and unprecise. What should be noted and remembered is that in the local celestial sphere of a place with geographical coordinate θ , ϕ , the plane of the horizon is noted as the oblique horizon. The circle of declination passing through the points E and W, the middle of the eastern and western horizons is perpendicular to the meridian and is parallel to the horizon of the area of the equator having the same longitude θ and, therefore, also the same meridian. The plane of this circle of declination is called in ancient astronomy: right horizon. The point of the ecliptic with longitude λ and the point of the equator with corresponding right ascension α set and rise on the right horizon at the same moment at 6 p.m. true time and 6 a.m. true time. In modern astronomy we don't make this analogy but we know that the hour angle of the two half circles of declination of this plane is $+90^\circ = 6$ p.m. and -90° or 6 a.m.

⁵¹ The formula is $\tan \alpha = \tan \lambda * \cos \varepsilon$. If $\lambda = 60^\circ$ and $\varepsilon = 23^\circ 30'$ then $\alpha = 57.8069^\circ = 57^\circ 48' 25''$.

⁵² $\log \tan 60 = 0.2385606$. Hanover added 10.

⁵³ $\log \cos 23^\circ 30' = -0.0376022$. Hanover added 10. His logarithm had a precision of 7 decimals!

הנקודה שתוצאה לדעת נטייתה ותחשב הנטייה היא כאילו תהיה מרחקה מראש טלה ויצא לך מבוקשך וככה תוכל לידע נטיית כל נקודת כל נקודה עד ש"ס מעלה.

י"ג.

כאשר תסתכל היטב בכדור המוגשם, עיניך תראינה ראייה מוחשת שכל האופקים הנוטים מקו השווה לצפון תסובב בהם משהו היום בעקום, לא ביושר, כאשר הוא באופקי קו השווה, לפי שמשוה היום נוטה מעל ראשי האופקים ההם כשיעור נטיית המדינות ההם מקו השווה. ומשוה היום מכריח הגלגל המזלות בתנועתו עד שכל נקודה מגלגל המזלות תסבב במסיבה היומית עגולה נכחית למשוה היום במרחק שווה מכל צד. ואותן המסיבות נחתכות באופקים שלהן על שני חלקים שונים, רצוני לומר, במזלות הצפוניים תהיה קשת המסיבה שהיא למעלה מן האופק גדולה מקשת המסיבה אשר היא תחת האופק. לכן כאשר יהיה השמש במזלות הצפוניים יהיה היום גדול מן הלילה וכל זה לפי שהשמש שממנו יתהווה היום הוא מסב למעלה מן האופק קשת יותר גדול ממה שהוא מסב למטה מן האופק. ובמזלות הדרומיים תהיה קשת המסיבה היומית שהיא למעלה פחות מן הקשת שהיא למטה מן האופק, לכן בהיות השמש במזלות ההם אז יהיה היום קצר מן הלילה. וכל שהאופק נוטה יותר לפאת צפון יהיה גם ההבדל שבין היום והלילה יותר גדול באורך ובקוצר עד שבאופק קוטב הצפוני שגלגל משוה היום הוא אופק שלו לפי שהקוטב הוא נוכח הראש להעומדים תחתיו ויהיה להם משך זמן חצי שנה כולו יום והוא בהיות השמש במזלות הצפוניים, לפי שאז נשאר השמש תמיד למעלה מן האופק אע"פ שמסיבת משוה היום מסבב מסיבתה ב-כ"ד שעות, מ"מ לא יתכן שירדו להם המזלות הצפוניים למטה מן האופק בשום זמן. גם לא יתכן שהמזלות הדרומיים יעלו למעלה מן האופק, לכן בהיות השמש במזלות הדרומיים והוא משך זמן חצי שנה יהיה כולו לילה (עיין לקמן בצורה ג). ואולם כאשר יהיה בראש טלה ובראש מאזנים אזי ישוו הימים והלילות בכל המדינות אשר יהיו בהם יום ולילה בכל כ"ד שעות, שאז יסבב השמש במשוה היום עצמו וישווה הקשת אשר למעלה מן האופקים אל הקשת אשר למטה מן האופקים. ולזאת הסיבה נקרא הגלגל הזה משוה היום. וראוי שתדע כי כל מה שאמרנו באופקים הצפוניים יהיה בהפך באופקים הדרומיים כי יום האופקים הצפוניים הוא ליל האופקים הדרומיים.

י"ד.

ותבין ותשכיל כי עליית מעלות המזלות באופק נוטה (הנקרא בלשון ערבי מטאלע) בלתי שווה לעליית המעלות באופק ישר⁵⁴ כי עליית קשת המזלות הצפוניים תמיד היא פחותה מעליית הקשת שבאופק ישר ועליית קשת המזלות הדרומיים באופק נוטה תמיד היא יתירה מעליית הקשת שבאופק ישר. ובקשת השקיעה (הנקרא בלשון ערבי מגראב אל ברוג) היה העניין בהפך, בין במזלות הצפוניים בין במזלות הדרומיים. המשל בצורה ד, קו ד, ה, ו, ג, הוא אופק המזרחי מהנוטה וקו א, מ, ה, ז, ב, הוא משוה היום, כ, הוא קוטב (הצפוני) [הדרומי] ל, הוא קוטב (הדרומי) [הצפוני] ועגולת ח, מ, ו, ט, הוא חצי גלגל המזלות ונקודת מ היא נקודת הפגיעה בראש טלה ונקודת ז היא נקודת העלייה והיא עלית ראש שור. תמשוך עגולה הדומה לאופק משוה היום עוברת על קוטבי העולם ועל נקודת העלייה, אזי תפגע העגולה ההיא במשוה היום בנקודת ו. והנה כפי מה שהתבאר לעיל סימן י"ב מבואר כי קשת מז היא קשת העלייה או מצעדי המזלות והוא מה שעולה עם ראש שור באופק ישר. וקשת מה הקשת העולה עם נקודת ו (שהוא ראש שור) באופק נוטה, והוא פחות מקשת מז. הנה מבואר לעיני הרוואה בראייה מוחשת כי קשת עלית מצעדי המזלות הצפוניים באופק נוטה היא פחותה

⁵⁴ The right horizon represents the circle of declination passing through the point E, the middle of the east. This plane is perpendicular to the plane of the meridian of the place and it passes through the poles, it is thus the horizon of the place with the same terrestrial longitude located at the equator. Sunrise on this right horizon is thus at 6 a.m. true time and sunset is at 6 p.m. true time. Today we understand that simply on the ground that the hour angle of the sun passing through this circle of declination is $+90^\circ$ or -90° .

מקשת עלייתם באופק ישר.⁵⁵ ובשקיעת המזלות הוא בהפך, רצוני לומר שקשת שקיעת המזלות הצפוניים באופק נוטה היא יתירה מקשת שקיעתם באופק ישר. המשל בצורה ה,⁵⁶ קו ד,ה,ז,ג, הוא אופק המערבי הנוטה, קו א,ה,ו,מ,ב, הוא קו משוה היום, כ הוא קוטה הצפוני, ל הוא קוטב הדרומי, ועגולת ח,ז,מ,ט היא עגולת חצי גלגל המזלות ונקודת מ היא נקודת פגיעתה במשוה היום והוא ראש טלה אשר הוא תחת האופק ונקודה ז היא שקיעת ראש שור. תמשוך עגולה הדומה לאופק משוה היום עוברת על קוטבי העולם ועל נקודת השקיעה. אזי תפגע העגולה ההיא במשוה היום בנקודת ו וא"כ קשת מו היא הקשת השוקעת באופק ישר עם ראש שור. וקשת מה הוא שיעור השוקע עם ראש שור באופק נוטה, היא יתירה מקשת מו בכדי קשת הו. מזאת הצורה תראה כי מעלות קשת השקיעה במזלות הצפוניים באופק נוטה הם ארוכי השקיעה לפי שקשת השקיעה בהם יתירה על קשת השקיעה שבאופק ישר, ואשר אמרנו שבמזלות (הצפוניים) [הדרומיים] יהיה הדבר בהיפך המשל בזה בצורה ו,⁵⁷ קו ד,ז,ה,ג, הוא אופק המזרחי מהנוטה וקו א,מ,ו,ה,ב, הוא משוה היום ונקודת כ הוא קוטב הצפוני ונקודת ל הוא קוטב הדרומי ועגולת ח,מ,ז,ט, הוא עגולת חצי גלגל המזלות ונקודת מ היא מקום פגיעת גלגל המזלות עם משוה היום והוא ראש מאזנים, נקודת ז היא עליית ראש מזל קשת. תמשוך עגולה הדומה לאופק משוה היום העוברת על קוטבי העולם ועל נקודת העלייה ותפגע במשוה היום בנקודת ו וא"כ קשת מו היא עולה עם ראש מזל קשת באופק ישר וקשת מה היא קשת המזלות העולה עם נקודת ראש מזל קשת באופק נוטה והיא יתירה מקשת מו בכדי קשת הו. מבואר מזה כי מצעדי המזלות הדרומיים באופק נוטה לצפון, הם יתירים מקשת עלייתם באופק ישר וההפך בשקיעת המזלות הדרומיים. המשל בצורה ז,⁵⁸ קו ד,ז,ה,ג, הוא אופק המערבי מהנוטה וקו א,ו,ה,מ,ב, הוא קו משוה היום ונקודת כ הוא קוטב הצפוני ל הוא קוטב הדרומי ועגולת כ,ז,מ,ט, הוא חצי גלגל המזלות ונקודת מ הוא מקום פגיעת גלגל המזלות במשוה והוא ראש מאזנים ונקודת ז היא שקיעת ראש מזל קשת והעגולה הדומה לאופק משוה היום העוברת על קוטבי העולם ועל נקודת השקיעה תפגע במשוה היום בנקודת ו, א"כ קשת מו היא קשת השקיעה באופק ישר עם ראש מזל קשת ושיעור קשת מה שוקע עם ראש מזל קשת באופק נוטה והוא פחות מקשת מו בכדי שיעור קשת הו. התבאר מזה שקשת השקיעה ממזלות הדרומיים באופק נוטה היא פתוחה מקשת השקיעה באופק ישר. והנה בידך הבדל העלייה והשקיעה שבין אופק ישר לאופק נוטה והבדל הזה משתנה בפחות ויתר כפי שינוי האופקים הנוטים.

וכאשר תרצה לעמוד על הבדל עליית המשוה ועליית הנקודה אשר בגלגל המזלות תצטרך לחשבון המשולשים⁵⁹ והוא בצורה ז, המשולש מהזו שבו ידוע צלע מזו שהיא במשלנו ששים מעלות וזוית המזו היא הנטייה הגדולה

⁵⁵ Thus the sun coincides with the point ו, it has the longitude $\lambda = 30^\circ$. The arc מז = $27^\circ 54'$ of the equator is the right ascension of the arc מו of the ecliptic while the arc מה = $\alpha - \Delta = 27^\circ 54' - 7^\circ 18' = 20^\circ 36'$ of the equator rises together with מו. When ז rises at the horizon it is 6 a.m. ה rises 29m 13 s earlier at 5h 30m 47s a.m. All these figures correspond to Jerusalem $\phi = 32^\circ$.

⁵⁶ Thus the sun coincides with the point ז; it has the longitude $\lambda = 30^\circ$. The arc מו = $27^\circ 54'$ of the equator is the right ascension of the arc מז of the ecliptic while the arc מה = $\alpha + \Delta = 27^\circ 54' + 7^\circ 18' = 35^\circ 12'$ of the equator sets together with מז. When ו sets at the horizon it is 6 p.m. ה sets 29m 13 s later at 6h 29m 13s p.m. All these figures correspond to Jerusalem $\phi = 32^\circ$.

⁵⁷ Thus the sun coincides with the point ז, it has the longitude $\lambda = 240^\circ$. The arc מו = $57^\circ 48'$ of the equator + 180° is the right ascension of the arc $180^\circ + ז$ of the ecliptic while the arc מה = $\alpha - \Delta = 57^\circ 48' - (-13^\circ 18') = 71^\circ 06'$ of the equator rises together with מז. When ו rises at the horizon it is 6 a.m. ה rises 53m 10 s later at 6h 53m 10s a.m. All these figures correspond to Jerusalem $\phi = 32^\circ$.

⁵⁸ Thus the sun coincides with the point ז, it has the longitude $\lambda = 240^\circ$. The arc מו = $57^\circ 48'$ of the equator + 180° is the right ascension of the arc $180^\circ + ז$ of the ecliptic while the arc מה = $\alpha - \Delta = 57^\circ 48' - 13^\circ 18' = 44^\circ 30'$ of the equator rises together with מז. When ו sets at the horizon it is 6 p.m. ה sets 53m 10 s earlier at 5h 06m 50s p.m. All these figures correspond to Jerusalem $\phi = 32^\circ$.

⁵⁹ If we consider one of these figures, for example at sunset. We have a spherical triangle with the side on the ecliptic λ , the side on the equator $\alpha + \Delta$ and the side on the horizon w. The angle opposite to w is ε , the angle opposite to λ is $90^\circ - \phi$ and the angle between the ecliptic and the horizon is I.

In the rectangular triangle w, δ and Δ : $\sin w = \sin \delta / \cos \phi$, hence $\cos Az = -\sin \delta / \cos \phi$ giving the azimuth of the points of sunset and sunrise. If $\delta > 0$ then w oriented to the north and Az is $> 90^\circ$, hence the sign -.

כ"ג מעלות וחצי זווית מהז הוא תשלום רוחב המדינה עד צ' מעלות ויהיה במשלנו נ"ח מעלות באופק ירושלים שהיא ל"ח] ב מעלות ונרצה לדעת הבדל עליית קשת הז, וכבר בארנו שקשת מז הוא עליית המשוה עם נקודת ז באופק הישר ויהיה במשל הזה נ"ז מעלות מ"ח חלקים וכערך נוגע זווית תשלום רוחב המדינה אל נוגע הנטייה הגדולה כך ערך [בקע] העלייה הישרה אל בקע הבדל העלייה.⁶⁰

$$\log \operatorname{tg} 23^{\circ} 30' = 9.6383019$$

$$\log \sin 57^{\circ} 48' = 10.2008431^{61}$$

$$19.8391450$$

$$\operatorname{Log} \operatorname{tang} 58 - 10.2042108$$

$$9.6349342 = \log \sin 25^{\circ} 34'$$

וזאת היא קשת הז הבדל עליית המשוה מנקודת ראש תאומים.⁶² וכערך עליית אופק נוטה לאופק ישר כך ערך שקיעת אופק נוטה לאופק ישר רק שבמזלות הצפוניים תהיה העלייה העקומה פחותה מהעלייה הישרה לכן אחר שיצא מערך הבדל העלייה תגרוה מן העלייה הישרה⁶³ והנשאר בידך הוא העלייה העקומה וההפך בשקיעה לפי שהשקיעה באופק נוטה היא יתירה על השקיעה הישרה, לכן תחבר ההבדל שיצא לך מערך אל השקיעה הישרה והיוצא היא השקיעה העקומה והמזלות הדרומיים יהיה הדבר בהפך כי אם תחבר הבדל העלייה תהיה בידך העלייה העקומה ואם תחבר הבדל השקיעה תהיה בידך השקיעה העקומה. ולפי שערך החשבון אחד הוא בעלייה ובשקיעה מבואר שגם הבדל אחד להם בפחות ויותר.

In the great triangle λ , $\alpha + \Delta$ and w : the formula $\cos B = -\cos A * \cos C + \sin A * \sin C * \cos b$ gives $\cos (180 - I) = -\cos \varepsilon * \sin \varphi + \sin \varepsilon * \cos \varphi * \cos (\alpha + \Delta)$. Introducing the sidereal time $T_s = \alpha + \Delta + 90^\circ$ we get $\cos I = \cos \varepsilon * \sin \varphi - \sin \varepsilon * \cos \varphi * \sin T_s$.

In the great triangle λ , $\alpha + \Delta$ and w : the formula $\cotang c * \sin a = \cos a * \cos B + \sin B * \cotang C$ gives $\cotang \lambda * \sin (\alpha + \Delta) = \cos (\alpha + \Delta) * \cos \varepsilon + \sin \varepsilon * \cotang (90^\circ - \varphi)$. Introducing $T_s = \alpha + \Delta + 90^\circ$ we get $\operatorname{tang} \lambda = -\cos T_s / (\sin \varepsilon * \operatorname{tang} \varphi + \cos \varepsilon * \sin T_s)$ giving the longitude of the two points of intersection of the ecliptic and the horizon.

⁶⁰ The formula is: $\operatorname{tang} (90^\circ - \varphi) / \operatorname{tang} \varepsilon = \sin \alpha / \sin \Delta$ hence: $\sin \Delta = \sin \alpha * \operatorname{tang} \varepsilon * \operatorname{tang} \varphi$. This formula is correct. Indeed in the spherical rectangular triangle מזז the angle $\mathfrak{m}$ is $23^\circ 30'$ and the sides of the right angle are $\mathfrak{m} = \alpha$ and $\mathfrak{z} = \delta$. Therefore $\sin \alpha = \operatorname{tang} \delta / \operatorname{tang} \varepsilon$. In the spherical rectangular triangle the angle is $90^\circ - \varphi$ and the sides of the right angle are Δ and δ , therefore $\sin \Delta = \operatorname{tang} \delta / \operatorname{tang} (90^\circ - \varphi)$. Combining the two relations we get: $\sin \Delta = \operatorname{tang} \varphi * \operatorname{tang} \delta = \operatorname{tang} \varphi * \operatorname{tang} \varepsilon * \sin \alpha$, equivalent to the above relation. The application of the relation to the present case gives $\Delta = 13.2929^\circ = 13^\circ 17' 34''$. The difference of sunsets is thus $13^\circ 17'$ or 53m 10s. The origin of the error in the text of the manuscript is that instead of $\log \sin \alpha$ Hanover indicated $\log \operatorname{tang} \alpha$, hence the erroneous result.

Indeed $\log \sin 57.8069^\circ = 9.9275024$, while $\log \operatorname{tang} 57.8069^\circ = 10.2009591$. It is thus a careless mistake.

⁶¹ As mentioned in the precedent note, Hanover gave here $\log \operatorname{tang} 57^\circ 48'$.

⁶² Thus the difference between sunrise on the right horizon at 6 a.m. and between sunrise at the oblique horizon. It is striking that Hanover did not realize his error as $\Delta = 25^\circ 43'$ corresponds to 1h 42m 16s while in Israel the maximum value of Δ is 15.77° corresponding to 63 minutes.

⁶³ In modern astronomy this calculation is much easier. The hour angle of sunrise or sunset is given by $\cos H = -\operatorname{tang} \varphi * \operatorname{tang} \delta$. The set lag is the difference between the time of sunset and 6 p.m.; it is thus $H - 90^\circ$. Now $\sin (H - 90^\circ) = -\sin (90^\circ - H) = -\cos H = \operatorname{tang} \varphi * \operatorname{tang} \delta$. If φ and δ have the same sign Δ is positif and $H > 90^\circ$; if φ and δ have the opposite sign Δ is negative and $H < 90^\circ$. Furthermore the matala or the arc of the equator rising together with the sun is $\alpha - \Delta$ and the maghrab or the arc of the equator setting together with the sun is $\alpha + \Delta$. This allows understanding easily the rules explained at length by the author. The meaning is very simple: in the northern hemisphere days are longer in spring and summer and nights are longer in autumn and winter. In the southern hemisphere it is the contrary. The problem is thus the comparison in the morning of $\alpha - \Delta$ with α according to the sign of Δ and in the evening it is the comparison of $\alpha + \Delta$ with α according to the sign of Δ .

ואחרי אשר הונח בידך הבדל עליית כל נקודה עד תשעים מעלות כאשר הורינו שוב בנקל תוכל לדעת הבדל העלייה והשקיעה בכל ש"ס מעלה לפי מה שהארנו למעלה בסימן י"ב סדר נטיית המזלות מן המשוה בעלייתם ובשקיעתם.

וכן קשת המשוה העולה או השוקע עם קשת מגלגל המזלות שהיא פעם פחות ממנה ופעם היא יתר ממנה יהיה בהן השינוי בפחות ויתר כפי השינוי באופקים הנוטים. המשל באופק הנוטה כ"ד מעלה יהיה יתרון קשת משוה היום מקשת המזלות העולה עמו מן חצי תאומים עד חצי גדי ומן חצי גדי עד חצי תאומים⁶⁴ תהיה קשת המזלות יתירה מקשת משוה היום העולה עמו ובשקיעה יהיה הדבר בהפך רצוני לומר מחצי קשת עד חצי סרטן תהיה קשת המשוה יתר על קשת המזלות ומן חצי סרטן עד חצי קשת תהיה קשת המזלות יתר על קשת המשוה. לכן המזלות שמם מן חצי תאומים עד חצי גדי נקראו אצל בעלי תכונה ארוכי עלייה וקצרי שקיעה ומן חצי גדי עד חצי תאומים נקראו קצרי עלייה וארוכי שקיעה כי מאריכותם גם קצרותם הכל ישוער כפי קשת משוה היום המתנועע בשוה ט"ו מעלה בכל שעה. לכן מודדים ומונין בו השעות.

וההבדל הזה משתנה בפחות או ויתר כפי שינוי האופקים עד כי ברוחב ששים מעלה יהיה מראש סרטן עד ראש גדי או מראש גדי עד ראש סרטן אלה הקיצים וכל מה שאמרנו הוא באופקים הנוטים לצפון. אולם באופקים הנוטים לדרום יהיה הסדר בהם [להפך] ואנו אין לנו צורך בהם כפי הנידון שלפנינו.

ט"ו.

כבר התבאר שמשוה היום מקיף כל כדור הארץ בתנועתו היומית ממזרח למערב במשך זמן כ"ד שעות שוות ואין שהימים והלילות שווים תמיד באופקי קו השוה. גם התבאר שהבדל העלייה שבאופקים הנוטים מקו השוה הוא כפי מה שיקדים השמש או כפי מה שיתאחר לעלות באופק נוטה בערך קשת אופק הישר.⁶⁵ ואם בעל נפש אתה,⁶⁶ תבין ותשכיל מוצא הדבר, כמה מעלות אשר יקדים או יתאחר השמש לעלות באופק נוטה מבאופק הישר. שוב לא יפלא ממך הבדל העלייה בדקדוק גמור בעתו ובזמנו עד רגע אחד והוא שתחשוב כל ט"ו מעלה ממשוה היום לשעה ומה שהוא פחות מ-ט"ו מעלות לחלקי שעה. ותדע במה שעות או חלקים השמש מקדים או מתאחר לעלות או לשקוע באופק נוטה יתר על זמן שש שעות שהוא שיעור חצי יום אחד והוא הנקרא שינוי היום והלילה. והנני צריך להרחיב לך המאמר קצת בענין זה להכינך הדבר על בוריו במשלים ודמיונות לפי שדבר זה יסוד גדול ועמוד חזק אשר כל בית התכונה נשען עליו. והוא עיקר גדול בזאת ההלכה ורוב מפרשי הרמב"ם ז"ל היו נבוכים בעיקר זה ולא הכירו בו לכן לא עמדו על תכונתו.

י"ן.

הנה כאשר חקרו חכמי התכונה במהלך השמש בגלגלו, מצאו שיש הבדל במהלכו בכל יום ויום כי יש יום שיהיה בו מהלך השמש נ"ט חלקים ו-ח' שניות ממעלה אחד ויש יום שמהלכו רק נ"ט חלקים ויש יום שמהלכו יותר מששים חלקים שהם מעלה אחת. על כן גזרו ואמרו כי השינוי הזה אשר במהלך השמש אינו בערך אל עצמו רק הוא בערך גלגל המזלות שהארץ מוצקו. אבל מהלך השמש בגלגלו הוא מהלך שוה בכל ימות השנה ואין בו לא קלות ולא כבדות והכל הוא לפי מרכזו היוצא ממוצא הארץ שהוא מרכז גלגל המזלות, כי מרכז גלגל השמש היוצא ממוצק הארץ מתנועע סביב מוצק הארץ ממערב למזרח⁶⁷ התנועע כבדות⁶⁸ והשמש עצמו

⁶⁴ I did not understand why he considered these limits.

⁶⁵ Thus calculating whether sunrise is before 6 a.m. or after 6 a.m.

⁶⁶ Prov 23 ; 2.

⁶⁷ Counterclockwise. It is the movement of the apogee and the line of the apsides.

גם הוא מתנועע בגלגלו ממערב למזרח⁶⁹ בכדי נ"ט חלקים ו-ח' שניות. והוא מהלך שוה בכל יום, ובעבור שמרכז גלגל השמש יוצא ממוצק הארץ לכן פעם יתרחק השמש מן הארץ ואז יהיה מהלכו בכבדות בערך אלינו ופעם יתקרב אל הארץ ואז יהיה מהלכו במהירות בערך אלינו. המשל בצורה ח, נקודת א היא מרכז הארץ והעגולה הקטנה **בזג** היא מסבת מרכז גלגל השמש המתנועע ממערב למזרח סביב מרכז הארץ. וחצי קוטרו והוא קו **אב** הוא שיעור $3/11$ ⁷⁰ 3465 חלקים מדויקים כי מתנועת מרכז גלגל השמש נרשם העיגול הקטן הזה סביב מרכז הארץ. המשל בצורה שקדמה, נקודה ב הוא מרכז גלגל השמש שהוא גלגל ו, **כ, ט, ד, ל, מ** וקו **בו** או **בד** הוא חצי קוטרו שהוא 100000 חלקים שמהם קו **אב** $3/11$ 3465 חלקים. ובגלגל הזה מתנועע השמש ממערב למזרח מהלך שוה בכל יום בכדי נ"ט חלקים ח' שניות בקירוב ולמעלה מן הגלגל הזה הוא גלגל המזלות **זס** שמרכזו הוא נקודת **א** והוא מרכז הארץ. וגלגל השמש אינו נוטה משטח גלגלה אבל הוא מכוון תחתיו בשוה ובו אנו מגישין מקום השמש או שאר הכוכבים מכוכבי לכת. המשל בזה כאשר הלך השמש בגלגלו שלוש מעלות, נאמר שהשמש בראש שור והנה מהלך השמש בגלגלו בבחינת מרכזו זהו הנקרא אצל בעלי תכונה מהלך אמצע השמש ומהלך השמש בבחינת מרכז גלגל המזלות בערך אלינו זהו הנקרא מהלך השמש האמיתי. ולעולם יהיה הבדל בין מקום אמצע השמש ובין מקום השמש האמיתי חוץ מבשתי נקודות והן נקודת **ו** ונקודת **ד** בצורה שלפנינו והוא בהיות השמש בתכלית מרחקו מן הארץ ובתכלית התקרבו אל הארץ שאז לא יהיה שינוי לגמרי בין מקום האמצעי ובין מקום האמיתי לפי שהקו היוצא ממרכז גלגל השמש ועובר על מרכז השמש עצמו הוא מגיע אל גלגל המזלות בנקודה ההיא עצמה אשר יגיע שם הקו היוצא ממרכז גלגל המזלות ועובר על מרכז השמש כי שני הקווים האלה נופלים זה על זה, והם קו **בוז** וקו **אבוז**, כי שניהם מגיעים אל הנקודה הרחוקה מן הארץ בתכלית ומקום ההוא נקרא גובה רום⁷¹ וכן קו **אגדה** וקו **באגדה** שניהם נופלים זה על זה ומגיעים אל הנקודה שבמרחק הקרוב אל הארץ והוא נקרא שפל רום.⁷² ואולם כאשר יהיה השמש בשאר מקומות שבגלגלו תמיד יהיה שינוי בין מקום אמצע השמש ובין מקום השמש האמיתי הפחות ויתר. המשל כאשר יהיה השמש בנקודת **ח** בגלגלו. הנה הקו היוצא ממרכז גלגל השמש ועובר על מרכז השמש הוא מגיע אל גלגל המזלות בנקודת **ע** והא קו **בח** שהוא מקום אמצע השמש והקו היוצא ממרכז גלגל המזלות ועובר על מרכז השמש מגיע במקום אחר מגלגל המזלות והוא קו **אחס** ותהיה נקודת **ס** מקום השמש האמיתי וקשת **סע** הוא קשת השינוי⁷³ שבין מקום האמצעי והאמיתי. ולפי שמהלך השמש הוא ממערב למזרח כסדר המזלות יהיה מקום השמש האמיתי פחות ממקום השמש האמצעי, רצוני לומר שהלך השמש במהלכו האמיתי פחות ממה שהלך במהלכו האמצעי ביום. הנה קשת השינוי הזה נקרא מנת השינוי והשינוי הזה הולך וגדל עד נקודת **ט** שאז יהיה השינוי שבין מקום האמצעי והאמיתי בתחילת גודלו כאשר יהיה השמש בנקודה ההיא. והשינוי הוא קשת **סע** ומשם והלאה השינוי פוחת והולך עד נקודת **ד**, כי כאשר יהיה השמש בנקודת **ד** אז לא יהיה שינוי בין מקום האמצעי והאמיתי כי הקו היוצא ממרכז גלגל השמש שהוא קו **באגדה** והקו היוצא ממרכז גלגל המזלות שהוא קו **אגדה** שניהם נופלים זה על זה ומגיעים אל מקום אחד בגלגל המזלות. ומשם והלאה רצוני לומר אחרי ק"פ מעלות מגובה הרום יתחילו הקווים להשתנות בדרך אחר, והוא שאז יהיה מהלך השמש האמיתי יתר על מהלך השמש האמצעי. המשל כאשר יהיה השמש בנקודת **ל** אזי יהיה מקומו האמיתי בנקודת **ס** ומקומו האמצעי יהיה בנקודת **ע**. הנה בזה הדרך יהיה מקומו האמיתי יתר על מקומו האמצעי שהרי קשת **העס** היא יתירה על קשת **הע** בכדי קשת **עס** והשינוי הזה גם הוא מוסיף והולך עד שיגיע השמש בנקודת **מ** ואז יהיה בתכלית גודלו. ומשם והלאה פוחת והולך עד שובו אל מקומו הראשון בנקודת **ו** שהוא מקום גובה הרום שאז אין בינו שינוי לגמרי ומשם והלאה חוזר הדין אל סדר הראשון כמו שהתבאר לך. ומן הצורה הזאת התבאר לך שבהיות השמש בגובה הרום שהוא המרחק הרחוק ממוצק הארץ והוא בצורה שלפנינו בנקודת **ו** וכן בהיותו בשפל רום שהוא המרחק הקרוב אל הארץ והוא בצורה שלפנינו נקודת **ד**, אזי לא יהיה שום שינוי לגמרי בין מקום אמצע השמש מן מקום השמש האמיתי.

⁶⁸ This is the movement of the apogee which corresponded for the ancients to the precession of the equinox. Maimonides estimated this movement to 1° in 70 years, al-Battani 1° in 66 years.

⁶⁹ Counterclockwise also called direct direction, positive trigonometric direction.

⁷⁰ Al-Battani considered an excentricity of 0.0347; Hanover, probably following contemporary data, adopted thus 0.0346527.

⁷¹ Apogee

⁷² Perigee.

⁷³ The variation or correction is in ancient French: the *equation*: the equation of the center.

והמרחק הממוצע הוא כאשר יהיה השמש צ"ב מעלות מן הגובה הרום, והיינו כאשר יהיה השמש בנקודת ט או בנקודת מ. ואז יהיה הקשת השינוי בתחלית גדלו והוא קרוב לשתי מעלות. ולהיות כי מנת השנוי⁷⁴ שבין מקום האמצעי והאמיתי הוא כאשר יתנועע השמש מגובה הרום אל שפל הרום וכן כאשר יתנועע השמש משפל הרום אל גובה הרום יהיה מנת השנוי כשיעור מנת השינוי שבין גובה הרום לשפל הרום. לכן מתחילין לחשוב חשבון מספר מעלות השמש ממקום גובה הרום ואז נוכל לעמוד על קשת השינוי שבין האמצעי והאמיתי לדעת כמה הוא כפי מרחק מגובה הרום. ונאמר שביום אחד התרחק השמש מגובה הרום נ"ט חלקים ו-ח' שניות, ובעשרה ימים התרחק ט' מעלות נ"א חלקים וכו' עד ש"ס מעלות, ר"ל עד שובו אל מקום גובה הראשונה. וזה המרחק ר"ל מרחק השמש מן הגובה הרום, נקרא בפי הרמב"ם ז"ל מסלול השמש ושיעור הקשת בשינוי שבין מקום האמצעי והאמיתי זהו מה שקרא הרמב"ם ז"ל מנת המסלול.⁷⁵ ולפי שגובה הרום בזמנים האלה כבר נעתק עד ח' מעלות ממזל סרטן שהם צ"ח מעלות מראש טלה⁷⁶ לכן כאשר נרצה לדעת מקום השמש בגלגלו לכן גורעים צ"ח מעלות ממהלך השמש והנשאר הוא מסלול השמש. וכל זה כדי להתחיל לחשבון מגובה הרום עד אשר נוכל לעמוד על שיעור מנת המסלול. ואחר שגרענו המנה ההיא מאמצע השמש או הוספנו המנה עד אמצע השמש, אזי נחזיר עליו המספר אשר גרענו בתחילה והוא מספר המרחק שבין ראש טלה וגובה הרום. ומה שיצא הוא מקום שמש האמיתי מראש טלה. ולפי שהתבאר שמנקודת גובה הרום עד שפל הרום תהיה מנת המסלול שוה למנת המסלול שבין שפל רום לגובה רום ואין ביניהם הבדל אלא שמנקודת גובה רום עד שפל רום יהיה מקום אמצע השמש יתר על מקום השמש האמיתי ומנקודת שפך רום עד גובה הרום יהיה מקום אמצע השמש פחות ממקום השמש האמיתי. ומבואר שמנקודת גובה הרום עד שפל רום הוא ק"פ מעלות כשיעור שפל רום עד גובה הרום. וכן לכל מגמתינו למצא מקום השמש האמיתי, לכן ראוי שנגרע מנת המסלול מאמצע השמש עד ק"פ מעלות לפי שאמצע בשמש הוא יתר על האמיתי ונוסיף מנת המסלול מ-ק"פ מעלות עד ש"ס מעלות לפי [שבמקום] ההוא יהיה אמצע השמש פחות מן האמיתי, המשל השמש יהיה בנקודת מ והוא ראש טלה ומקום הגובה בנקודת ו והוא ח' מעלות ממזל סרטן או צ"ח מעלות מראש מזל טלה. והנה אחרי רמ"ד יום כבר התנועע השמש מנקודת מ אל ח, ט עד נקודת כ והן ר"מ מעלות כ"ט חלקים נ"ב שניות והגובה התנועע בזמן ההוא ל"ו שניים, ויהיה מרחק הגובה מראש טלה צ"ח מעלה ל"ו שניים, תגרע מהלך הגובה ממהלך אמצע השמש, נשאר קמ"ב מעלות כ"ט חלקים ט"ז שניים שהוא קשת וטכ והוא מסלול השמש, תוציע מנת המסלול והוא מעלה אחת י"ח חלקים. ולפי שהמסלול הוא פחות מ-ק"פ מעלה והוא המקום שהשמש מתנועע בין גובה רומו ושפל רומו לכן תגרע מנת המסלול מאמצע השמש, נשאר רל"ט מעלות י"א חלקים י"ב שניים והוא מקום השמש האמיתי והוא כ"ט מעלות י"א חלקים י"ב שניים במזל עקרב. וע"פ חשבון המשולשים יוכל למצא מנת המסלול לכל מעלה ומעלה מהמסלול. המשל שלפנינו, משולש אבה, הנה זווית אבה הוא שארית ל-ק"פ מעלה מהמסלול וקו [בח] הוא חצי קוטר גלגל בשמש בכדי 100000 חלקים וקו בא הוא מרחק מרכז השמש ממוצק הארץ בכדי 3/11 3465 חלקים ואלה הם נודעים לנו ועל פיו נוכל להגיע לידיעת זווית אהב והיא מנת המסלול המבוקשת. וסדר החשבון⁷⁷ הוא תחבר שתי הצלעות ותחסר שתי הצלעות ותעריך כך, כערך החיבור אל החיסור כך ערך נוגע חצי שארית הזווית שהוא חצי המסלול⁷⁸ אל נוגע

⁷⁴ Apparently Hanover uses מנת השנוי with the same meaning as קשת השינוי: the equation of the center or the quota of the anomaly.

⁷⁵ The quota of the anomaly; it has the same meaning as the equation of the center. It is the difference between the mean sun and the apparent or true sun.

⁷⁶ The vernal point γ .

⁷⁷ In 'ח צורה in the triangle אבה the side a= בה is 100000, the side b= אב is 3465 3/11 and the angle אבה is $180^\circ - \text{anomaly}$ or $180^\circ - \alpha$. The quota of the anomaly is the angle טהא or באה. If we assume אה = c we can write $c \sin \beta = b \sin \alpha$ and $c \cos \beta = a + b \cos \alpha$.

Hence $\tan \beta = \frac{e_0 \sin \alpha}{1 + e_0 \cos \alpha}$. With $L_0 = l_0 - \beta$. If $\alpha = 130^\circ$ we find $\beta = 1.55521 = 1^\circ 33'$.

However this formula is not logarithmic and therefore the classical method of the resolution of a triangle when we know two sides and the angle between them is the use of the formula of the tangents.

$(a - b) / (a + b) = [\tan (A - B) / 2] / [\tan (A + B) / 2]$. Thus in our triangle $(100000 - 3465.27) / (100000 + 3465.27) = [\tan (\alpha - 2\beta) / 2] / [\tan \alpha / 2] = 0.933016$.

If $\alpha = 130^\circ$ we find $\beta = 1.55521$ or $1^\circ 33'$. If $\alpha = 50^\circ$ we find $\beta = 1^\circ 29'$.

⁷⁸ $(A + B) / 2 = \alpha / 2$, the half of the anomaly.

הבדל שתי הזוויות⁷⁹ הנשארות. ולזווית הגדולה תחבר שארית להבדל ולזווית הקטנה תחסר ההבדל מן חצי שארית ובמשלנו זה יהיה המסלול ק"ל מעלות וא"כ חצי שארית הוא כ"ה מעלות.⁸⁰ וזהו [חצי] הבדל שתי הזוויות ותחסרהו מן הזווית המבוקשת, זווית **אתב**, נשאר מעלה אחת כ"ט חלקים והוא מנת המסלול.⁸¹ וכל צורות האלה הן צורות דמיונות לקרב הדבר אל החוש והשכל כדי להשקיט הדמיון האנושי ולהפיק רצון המעיין.

י"ז.

הנה אחרי שהתבאר שיש שינוי במהלך השמש בכל יום, פעם להוסיף על מהלכו האמצעי או לגרוע ממנו מנת המסלול, נמשך מזה כי גם זולת ההבדל שיש בין היום האמצעי מהיום האמיתי⁸² יש עוד הבדל בין הימים האמיתיים עד שלא יתכן שיהיו הימים האמיתיים שווים במידתם כי היום האמצעי הוא משך זמן כ"ד שעות והוא בכדי שיסוב גלגל משהו היום כולו שהוא ש"ס מעלה ועוד נ"ט חלקים ח' שניים,⁸³ מה שחתנועע בשמש בגלגלו. והנה אם היה מהלך השמש מהלך שווה גם בערך אלינו, אזי היו מהלכו האמצעי ומהלכו האמיתי מהלך שווה בזאת הבחינה בלי ספק, ואולם לפי שמהלך השמש אינו מהלך שווה בערך אלינו, מבואר שיש הבדל ושינוי גם בין יום האמיתי ליום אמצעי זולתו⁸⁴, המשל אם היה השמש בנקודה מנקודות אופן חצי היום ויגיע עוד פעם אחר אל אופן חצי היום, אינם שווים במידתם. לכן התחכמו בעלי תכונה למצא דבר חפץ ודרך נאות לעשות מן הימים האמצעיים אמיתיים ע"י החיבור או חיסור איזה חלקים והוא שתוציא מנת המסלול ותעשה מהם חלקי השעה והוא ההבדל שבין יום האמצעי והאמיתי. ואם יהיה המסלול פחות מ-ק"פ מעלות תגרע מנת המסלול מיום האמצעי וישאר בידך יום האמיתי. ואם יהיה מסלול השמש יתר על ק"פ מעלות, עד ש"ס מעלות תוסיף מנת המסלול על יום האמצעי ויבא לך יום האמיתי כי זהו ההבדל העצמי שבין יום האמצעי והאמיתי בזאת הבחינה. והמסלול היותר גדול בתכלית הימים הוא כאשר יהיה מסלול השמש צ"ב⁸⁵ מעלות או רס"ח

⁷⁹ $(A - B) / 2 = (\alpha - 2\beta) / 2$

⁸⁰ The anomaly seems to be 130°, the complement 50° and its half 25° However the calculation, which was not detailed, was performed for an anomaly of 50°

⁸¹ According to the theoretical formulas $\beta(50^\circ) = 1^\circ 29'$ and $\beta(130^\circ) = 1^\circ 33'$. Hanover's tables in Luhot ha-Ibbur and Tekhunot ha-Shama'im give the same data.

⁸² Apparently the author has in mind the fact that, until now his mean day is the day at the equator; it begins at 6 a.m. true time and ends at 6 p.m. true time. By contrast the true day begins at 6a.m. $-\Delta/15$ and ends at 6 p.m. $+\Delta/15$. In the northern hemisphere Δ is positive in spring and summer and it is negative in autumn and winter. Now, from here onwards, the author examines the problem of the equation of time. He will thus consider the rue day defined by the movement of the apparent sun and the mean day defined by the movement of the fictitious mean equatorial sun.

⁸³ In 24 hours (meantime) the sun makes two consecutive passages at the superior meridian corresponding to a movement of 360° but the vernal point (when we neglect the precession of the equinox) and any point of the equator moved by $360^\circ + 59' 8''$. If we define the sidereal time as the hour angle of the vernal point and the mean solar time as $12h +$ the hour angle of the mean equatorial sun we see that

The sidereal time = the mean solar time * 0.997270.

The mean solar time = the sidereal time * 1.002738.

⁸⁴ The author is now dealing with the equation of time. If we define it as $E = T_m - T$, thus mean time – true time (ancient definition) then $E = \alpha - l = (L - l) + (\alpha - L) = C + \rho$; where E is expressed in mean time L is the true solar longitude, l is the mean solar longitude and α is the true right ascension of the sun. The first term C is the equation of the center or the quota of the anomaly and ρ is the reduction to the equator.

Of course for a span of time the relation becomes $\Delta E = E - E_0 = \Delta\alpha - \Delta l = \Delta(L - l) + \Delta(\alpha - L)$.

In the present chapter 17, we examine the effects of C , the equation of the center.

⁸⁵ By differentiation of the formula $\beta = (e_0 \sin \alpha) / (1 + e_0 \cos \alpha)$ we find:

$d\beta / d\alpha = e_0 (e_0 + \cos \alpha) / (1 + e_0 \cos \alpha)^2 d\alpha / d t$.

The extrema of the function $\beta(\alpha)$ are reached for $\cos \alpha = -e_0$ corresponding to 91.98585° and 268.01415° .

$\beta(92^\circ) = 1.9859^\circ$, thus $(L - l)_{\max} = 1.9859 = 1^\circ; 59'$ corresponding to 7m 57s. The text writes 8m 12s.

שהם המקומות האמצעיים שבין נקודה גובה רום ושפל רום. ויהיה אז ההבדל ח' חלקים י"ב שניים מ-ס' בשעה אבל אם המסלול ק"פ מעלות או ש"ס מעלות אין בהם שינוי כמו שהתבאר.

י"ח.

עוד יש שינוי אחר⁸⁶ בין ימים אמצעיים לימים אמיתיים וזה שאילו היה מהלך השמש תחת מהלך משוה היום אזי לא היה שינוי אחר בין היום האמצעי והאמיתי זולת השינוי אשר התבאר לעיל סימן י"ז. ואולם אחרי שמהלך השמש הוא תחת גלגל המזלות בשוה ומהלכו בכל יום נ"ט חלקים ח' שניים ומדת היום הוא בכדי שיסוב גלגל משוה היום כולו ועוד קשת ממשוה היום כפי מה שיתנועע השמש ממערב למזרח וזה הקשת ממשוה היום פעם יהיה פחות מן הקשת אשר בגלגל המזלות ופעם יהיה יתר ממנו כמו שהתבאר לעיל סימן י"ב כי מן חצי שור עד חצי אריה וכן מן חצי עקרב עד חצי דלי יהיה הקשת ממשוה היום יותר גדול מן הקשת אשר בגלגל המזלות⁸⁷ ויהיו הימים האמיתיים גדולים מן הימים האמצעיים.⁸⁸ ומן חצי אריה עד חצי עקרב וכן מן חצי דלי עד חצי שור הנה קשת משוה היום אשר יגיע עד השמש באופן חצי היום בשוה יהיה פחות מן הקשת אשר בגלגל המזלות ויהיו הימים האמיתיים קצרים מן הימים האמצעיים ואחרי שהימים האמיתיים לפעמים הם יותר מן כ"ד שעות ולפעמים פחות מן כ"ד שעות לכן התחכמו בעלי התכונה למצא דרך להגיע אל שיעור ההבדל ההוא. והוא שתוציא העלייה הישרה למקום השמש האמיתי וההבדל שבין מקום השמש האמיתי ובין מעלות העלייה הישרה תעשה לשעות והוא ההבדל שבין הימים האמיתיים לימים האמצעיים ואם תהיה העלייה הישרה פחותה ממעלות מקום השמש האמיתי, תגרע ההבדל ההוא מן הימים

There is thus a difference between true and mean time of maximum less than 8 minutes due to the effect of the non uniformity of the angular velocity of the sun in the ecliptic.

⁸⁶ In the present chapter 18, we examine ρ , the reduction to the equator.

⁸⁷ In chapter 12 the author examined the evolution of $d\alpha / d\lambda$ which can be <1 or >1 . See note 49.

$E = T_m - T$ represents the delay of the true time with regard to the mean time. Thus if E is increasing then the delay of true time with regard to mean time is increasing and it will be greater at the end of a day than at its beginning. This means that the true day is longer than the mean day. E will be an increasing function of the time if $dE / dt > 0$. But in this chapter we consider only ρ the reduction to the equator. Thus $E = \alpha - L$ and $dE/dt = d\alpha/dt - dL/dt$. In the area $45^\circ < L < 135^\circ$ $d\alpha > dL$, thus $dE/dt > 0$ and E is an increasing function of the time and the true days are longer than the mean days.

⁸⁸ The study of the length of the true days through the year is in fact more delicate. If we consider the relation $E = C + \rho$, we can develop C and ρ in series. C , calculated according to the assumptions of the ancient astronomy (of Ptolemy or al-Battani) can be developed in serie. See Ajdler, J.J. The equation of time in ancient Jewish astronomy, B.D.D. 16, August 2005, p. 49 note 134. We can also develop C , calculated according to modern astronomy in serie: see Smart, Textbook on Spherical Astronomy, Chap. V Planetary Motion, formula 87. ρ can also be developed in serie: see Smart chap VI Time, formula 23. The equation of time becomes then a serie see Smart chap VI Time, formula 29 and 30. See also Meeus, Astronomical Algorithms formula 27.3. If we consider the two main terms, the first of C and the first of ρ we get $E = 2 e \sin M - y \sin 2l$ according to modern astronomy. $e = 0.01673$, $y = \tan^2 (\epsilon/2) = 0.043056$, M is the solar mean anomaly measured from the perigee. $M = \alpha + 180^\circ$ where α is the anomaly of ancient astronomy measured from the apogee. The longitude of the perigee is 282.075° thus $l = 282.075^\circ + M$.

This gives $E = 2 e \sin M - y \sin 2(\omega + M) = 460.11^s \sin M - 592.06^s \sin 2(\omega + M)$.
 $E_{\max} = 14m \ 22s$ on February 11 and $E_{\min} = -16m \ 23s$ on November 4.

The differenciati on of the formula gives $dE / dt = 2 e \cos M \ dM / dt - 2 y \cos 2(\omega + M) \ dM / dt$. For the

calculation of dM / dt we assume that $dt = 1 \text{ day}$. $dM/dt = 2\pi / 365.2422 = 0.01720279$ radians/day.

This gives for the variation of the length of the day ΔE with regard to the average day of 24hours mean time:

$\Delta E = 7.91^s \cos M - 20.37^s \cos 2(\omega + M)$. $\Delta E_{\max} = +29.9 \text{ s}$ on December 23

$\Delta E_{\min} = -21.4 \text{ s}$ on September 17.

האמצעיים. ואם מעלות מקום השמש האמיתי פחות מהעלייה הישרה תוסיף ההבדל ההוא על הימים האמצעיים ויהיו בידך ימים אמיתיים. והבדל אשר בתכלית הגודל הוא ההבדל עשרה חלקים מ-ס' בשעה.⁸⁹

י"ט.

ומעתה אשכילך ואורך בדרך תמים⁹⁰ ואמשול לך משלים להבינך העילה בשינוי הראשון⁹¹ מפני מה צריך לגרוע מנת המסלול אם יהיה המסלול פחות מ-ק"פ מעלות וכאשר יהיה המסלול יתר על ק"פ מעלות עד ש"ס מעלה צריך להוסיף מנת המסלול. וכן העילה בשינוי השני⁹², המשל נניח ביום מן הימים היה השמש באופן חצי היום והיה מקום השמש האמיתי בראש מזל סרטן⁹³ וגם שם היה מקום גובה הרום וא"כ מקום השמש האמיתי היה מקום האמצעי בשוה. ואחרי שלשים יום מן הימים האמצעיים שהם כ"ד שעות ביום, כאשר הגיע באופן חצי היום כבר התנועע השמש בימים ההם במהלכו האמצעי כ"ט מעלות ל"ד חלקים י' שניים והגובה התנועע בימים ההם ה' שניים וכפי זה יהיה אמצע השמש קי"ט מעלה ל"ד חלקים ה' שניים⁹⁴ והגובה היה דרך משל צ' מעלות. נחבר אליהן ה' שניים שהתנועע הגובה באלה השלשים יום, יהיה הגובה צ' מעלות ה' שניים. תגרע מקום הגובה ממקום האמצעי נשאר כ"ט מעלות ל"ד חלקים ה' שניים. תמצא מנת המסלול והוא נ"ח חלקים מ"ה שניים.⁹⁵ ולפי שהמסלול הוא פחות מ-ק"פ מעלות, תגרע מנתו ממקום אמצע השמש, נשאר קי"ח מעלות ל"ה חלקים כ"ה שניים וזהו המקום השמש האמיתי. תחשוב העלייה הישרה ממקום שהיתה בתחילת החשבון, צ' מעלות תחבר אליהן שלשים פעמים נ"ט חלקים ח' שניים (והוא מה שיוסיף גלגל משוה היום להתנועע יתר על מסיבתו השלמה שהיא ש"ס מעלות) שהם כ"ט מעלה ל"ד חלקים י' שניים, יצא לך קי"ט מעלות ל"ד חלקים י' שניים. וזאת היא הנקודה ממשוה היום ביום שלשים בשעה י"ב ביום באופן חצי היום. ותחשיב ג"כ העלייה הישרה ממקום השמש האמיתי והוא המקום שנמצא השמש שם אחרי שלשים יום, יצא לך ק"ך מעלה מ"ג חלקים י"ט שניים וההבדל שביניהם הוא מעלה אחת ט' חלקים ט' שניים. נמשך מזה שבעת ההיא היה השמש עדיין בפאת מזרח מאופן חצי היום ויש עוד שהות משך זמן [י"]⁹⁶ ד' חלקים ל"ז שניים מחלקי השעה עד שיגיע השמש עצמו עם נקודה מנקודות משוה היום בשוה באופן חצי היום שאז הוא יום אמיתי. על כן צריך להוסיף על הזמן האמצעי, לפי שכאשר הגיע האמצעי באופן חצי היום לא היה חצי היום אלא בבחינת הזמן האמצעי, ואולם בבחינת הזמן האמיתי לא היה עדיין אלא ה' שעות ביום ו-נ"ה חלקים ו-כ"ג שניים והוא ד' חלקים ל"ז שניים קודם חצי היום האמיתי. ואחרי אשר הית מתנהג כאשר התבאר והוא שגרעת בשינוי ראשון מן האמצעי ההבדל שבין מקום האמיתי למקום האמצעי שהוא נ"ח חלקים מ"ה שניים לפי שמסלול השמש הוא פחות מ-ק"פ, גם הוספת על האמצעי ההבדל השני מה שהוא בין המקום האמיתי מן

⁸⁹ Hanover estimates the greatest value of $(\alpha - L)$ to 10m or $2^\circ 30'$. According to his tables the greatest value of this difference is $2^\circ 29'$; it is reached for $l = 45^\circ$. Thus a maximum difference of 10m is possible between true and mean time due to the effect of the reduction to the equator.

⁹⁰ According to Psalm 32; 8.

⁹¹ The equation of the center.

⁹² The reduction to the equator.

⁹³ Thus initial situation: anomaly = 0; $l = 90^\circ$, $L = 90^\circ$. $E = C + p$ with $C = L - l = 0$ and $p = \alpha - L = 0$

Final situation, 30 days later: Apogee $90^\circ 5''$, Anomaly $29^\circ 34' 5''$, $l = 119^\circ 34' 10''$, $L = 119^\circ 34' 10'' - 57' 04'' = 118^\circ 37' 06''$. $\text{Tang } \alpha = \text{tang } L * \cos \varepsilon = 120^\circ 45' 07''$. $C = L - l = -57' 4''$ and $p = \alpha - L = 2^\circ 8' 1''$. $E = \alpha - l = 1^\circ 10' 57'' = 4 \text{ m } 44 \text{ s}$. Thus at mean noon it is 11h 55m 16s true time. The span of time of 30 mean days is shorter than the span of time of the 30 true days because at the end of the 30th mean day the 30th true day was not yet completed. The calculations of the author differ slightly from our calculations for the following reasons: He worked with tables requiring interpolation for trigonometric functions and astronomical functions and, in the case of multiplications and divisions, with logarithmic tables requiring interpolation. We will not go on checking all the calculations.

⁹⁴ $10''$ and not $5''$

⁹⁵ The exact calculation of β ($29^\circ; 34' 5''$) = $0.9510^\circ = 57' 04''$ slightly different than the value of $57' 45''$.

⁹⁶ This is certainly a *lapsus calami* as we find later the equation of time of 4m 37s in the text.

העלייה הישרה ממקום האמיתי והוא שתי מעלות ז' חלקים נ"ד שניים, לפי שהעלייה הישרה היא יתירה ממקום האמיתי לכן התבונן כי בעבור שההבדל הראשון הוא לגרוע וההבדל השני הוא להוסיף על כן תגרע זה מזה וישאר מעלה אחת ט' חלקים ט' שניים להוסיף וכמו שהתבאר למעלה והבן זה.

משל אחר,⁹⁷ נניח שקיעת השמש תהיה היום באופק ישר בראש גדי וגם מקום שפל רום היה שם ומבואר כי מקום האמצעי והאמיתי הוא ר"ע מעלה בשוה והיתה העת ההיא שש שעות אחר חצות היום ונניח שהשמש התנועה משם והלאה משך זמן ארבעים יום מימים אמצעיים ומהלכו בזמן ההוא ל"ט מעלות כ"ה חלקים ל"ג שניים ומהלך הגובה יהיה בזמן ההוא ו' שניים. תחבר מהלך אמצע השמש בארבעים יום על ר"ע מעלה אשר היה שם המקום האמיתי קודם הארבעים יום יהיה בידך ש"ט מעלות כ"ה חלקים ל"ג שניים. ומקום הגובה שהיה בתחילה דרך משל צ' מעלות יהיה אחרי הארבעים יום צ' מעלות ו' שניים. תגרע מקום הגובה ממקום האמצעי, ישאר רי"ט מעלות כ"ה חלקים כ"ז שניים והוא מסלול השמש ומנתו מעלה אחת כ' חלקים ט' שניים. ולפי שהמסלול הוא יתר מ-ק"פ, תוסיף מנת המסלול על המקום האמצעי והוא ש"י מעלות מ"ה חלקים מ"ב שניים. תוציא השקיעה הישרה למקום האמיתי מן השמש שהיה בתחילה על האופק בנקודת השקיעה והוא ר"ע מעלה ממשוה היום ואחרי ארבעים יום התנועה משוה היום ארבעים פעמים ש"ס ונוסיף עליהם עוד ארבעים פעמים נ"ט ח' שהם ל"ט מעלות כ"ה חלקים ל"ג שניים. תחבר אותן על ר"ע מעלות שהייתה אז נקודת השקיעה בתחילת הארבעים יום בהיות השמש באופק המערבי והוא ש"ט מעלות כ"ה חלקים ל"ג שניים.

תוציא השקיעה הישרה ממקום האמיתי והוא המקום שנמצא השמש שם אחרי הארבעים יום, יצא לך ש"ג מעלות י"ג חלקים ל"ח שניות והיא הנקודה ממשוה היום אשר תגיע עם השמש עצמו באופק הישר והם ימים אמיתיים. ואולם כפי הימים האמצעיים הנקודה ממשוה היום אשר תגיע אל האופק תהיה רק ש"ט מעלות כ"ה חלקים ל"ג שניים, ובעת ההיא עדיין השמש למעלה מן האופק בכדי ג' מעלות מ"ח חלקים ה' שניים ועדיין יש שהות בכדי ט"ו חלקים י"ב שניים מחלקי השעה עד שיגיע השמש אל האופק ובעבור זה צריך להוסיף על הזמן האמצעי ט"ו חלקים ו-י"ב שניים מחלקי שעה עד שיגיע השמש עצמו אל האופק עם איזו נקודה מנקודות משוה היום בשוה שהרי כאשר הייתה הנקודה ממשוה היום באופק המערבי בבחינת הזמן האמצעי עדיין לא עברו שש שעות שלמים אחרי חצות היום האמיתי. אבל לא היו רק ה' שעות מ"ד חלקים מ"ח שניים בבחינת הזמן האמיתי שהם שש שעות פחות ט"ו חלקים י"ב שניים. ואחר שנתבאר בנקל תוכל להתבונן עילת מה שמוסיפין מנת המסלול על המקום האמצעי בהבדל הראשון גם בהדל השני שבין מקום האמיתי לעלייה הישרה שהוא שתי מעלות כ"ז חלקים נ"ו שניים ובעבור שהעלייה הישרה היא יתירה ממקום האמיתי על כן צריך להוסיף היתרון על הזמן האמצעי. ולפי ששניהם הם להוסיף תחברם יחד והם ג' מעלות ה' שניים וזה ברור. ולקצר מעשה החשבון בהבדלים האלה, הנה תוכל לגרוע מקום אמצע השמש מן העלייה הישרה למקום האמיתי או בהפך, אם המקום האמצעי הוא פחות מן העלייה הישרה יהיה ההבדל להוסיף ואם המקום האמצעי הוא יתר על העלייה יהיה ההבדל לגרוע מן האמצעי ויהיה בידך יום אמיתי. והנה במשל הראשון שמקום האמצעי הוא קי"ט מעלה ל"ד חלקים י' שניים והעלייה הישרה ממקום האמיתי הוא ק"כ מעלה מ"ג חלקים י"ט שניים, תגרע המעט מן הרב, ישאר מעלה אחת ט' חלקים ט' שניים⁹⁸ ולפי שמקום האמצעי הוא פחות מהעלייה הישרה יהיה ההבדל להוסיף⁹⁹ וכן במשל השני שמקום האמצעי הוא ש"ט מעלה כ"ה חלקים ל"ג שניים והעלייה הישרה ממקום האמיתי הוא ש"ג מעלות י"ג חלקים ל"ח שניים, תגרע זה מזה, ישאר ג'

⁹⁷ Initial situation: apogee at 90° , $l = L = 270^\circ =$ perigee. Anomaly 180°

Final situation 40 mean days later: $l = 309^\circ 25' 33''$; $\beta = -1^\circ 20' 9''$. This last value is uncorrect, the exact calculation is $-1^\circ 17' 43''$. $L = 310^\circ 45' 42''$; $\alpha = 313^\circ 13' 40''$. $\alpha - l = 3^\circ 48' 5'' = 15m 12s$. Thus at 6 p.m. mean time it is only 5h 44m 48s true time. The author gives a concrete physical explanation: he transports himself at the equator in order to avoid the term Δ : at sunset, the equatorial mean sun of longitude l sets before the true sun of longitude L and right ascension α and the difference $\alpha - l$ is the delay between the mean sunst and the true sunset.

⁹⁸ $T_m - T = \alpha - l = 1^\circ 9' 9'' = 4m 37s$. Thus at mean noon it is only 11h 55m 23s a.m.

⁹⁹ If $E = \alpha - l = T_m - T > 0$ then $T = T_m - E$. Hanover writes that $T_m = T + E$. We must add E to T to get T_m . As he explained when the mean sun is at the meridian the true sun is still $3^\circ 48' 5''$ in the east, we must add 15m 12s to the true time to get the mean time.

מעלות מ"ח חלקים ה' שניים.¹⁰⁰ ולפי שמקום האמצעי הוא פחות מן העלייה הישרה לכן יהיה ההבדל להוסיף כמו שהתבאר.

כ'.

וכל מה שאמרנו כאשר נתחיל חשבון היום מאופק השקיעה באופק ישר או נתחיל מאופק חצי היום שהוא שוה בכל המדינות. ואולם אם ניישר החשבון בשתי המדינות הנוטות ממשוה היום ונתחיל החשבון מעת השקיעה הוא בהיות השמש באופק המערבי יהיה עוד שינוי אחר. וזה השינוי משתנה בפחות ויתר כפי האופקים, כי כאשר יהיה השמש בראש טלה ובראש מאזנים לא יהיו רק שני השינויים הנזכרים בכל מדינה ממדינות הנוטות לצפון כי אז יהיה היום והלילה שווים בכל האופקים כמו שהם באופקי קו המשווה כאשר התבאר לעיל ס' י"ג. אמנם בהאופקים הנוטים לצפון ישתנו הימים והלילות כאשר יהיה השמש בשאר המזלות זולת טלה ומאזנים כמו שהתבאר לעיל ס' י"ד וס' ט"ו וס' י"ו. לכן יהיה בהם עוד שינוי אחר.¹⁰¹ והשינוי הזה תמצא כשתגרע עליית המטאלע אשר באופק נוטה מן העלייה אשר באופק ישר¹⁰² או שתגרע שקיעת המגראב אשר באופק נוטה מן השקיעה אשר באופק ישר¹⁰³ כמו שהתבאר לעיל בס' ט"ו וס' י"ו אם המגראב משקיעת מקום השמש האמיתי הוא יתר על השקיעה אשר באופק ישר. הנה כפי זה עוד יש שהות משש שעות ומעלה אחרי חצות היום (ר"ל שעדיין יש שהות אחרי עת השקיעה שבאופק ישר עד שיגיע המגראב או השמש עצמו על האופק במדינה הנוטה לצפון) וצריך להוסיף זה השינוי על האמצעי. ואם שקיעת המגראב באופק נוטה היא פחותה מן השקיעה שהאופק הישר וזאת כאשר תהיה שקיעת החמה באופק נוטה קודם שש שעות אחר חצות היום וא"כ תהיה בו השקיעה קודם השקיעה שבאופק ישר, לכן צריך לגרוע הזמן האמצעי בכדי שיעור מה שהקדים השמש לשקוע באופק נוטה קודם שקיעתו האופק הישר.¹⁰⁴

כ"א.

אתה הוראית לדעת¹⁰⁵ כי שלשה מיני שינויים הם בין הזמן האמצעי לזמן האמיתי וכדי לחבר שלשתם יחד תעשה ככה, תגרע מקום אמצע השמש ושקיעת מעלות המשווה ממקום האמיתי¹⁰⁶ שבאופק הנוטה ומה שנשאר מן השינוי תעשה לשעות. אם שקיעת המגראב יתר על המקום האמצעי תוסיף מנת השינוי על הזמן האמצעי ואם שקיעת המגראב פחות ממקום האמצעי תגרע מנת השינוי מזמן האמצעי ובעת ההיא יגיע השמש אל האופק באופק נוטה והוא הזמן האמיתי אשר בקשנו. והנה במשל הראשון¹⁰⁷ היה אמצע השמש קי"ט מעלות

¹⁰⁰ $Tm - T = \alpha - l = 3^{\circ} 48' 5'' = 15m 12s$. Thus at mean noon it is only 11h 44m 48s a.m. and at 6 p.m. mean time and according to the image of the author, who transport himself at the horizon of the area with the same geographical longitude, at the equator, when the mean equatorial sun sets at the right horizon, the true sun is still $3^{\circ} 48' 5''$ above the horizon. When the true sun sets, the mean sun is already $3^{\circ} 48' 5''$ under the horizon. Thus at the equator, at 6p.m. it is still 5h 44m 48s p.m. mean time.

¹⁰¹ Already mentioned in the beginning of chapter 17. See note 82.

¹⁰² $\alpha - (\alpha - \Delta) = \Delta = \text{tang } \phi * \text{tang } \delta$. It is the difference of sunrise with regard to 6 a.m.

¹⁰³ $\alpha - (\alpha + \Delta) = -\Delta$. It is the difference of sunset with regard to 6 p.m.

¹⁰⁴ Sunset at the right horizon is always at 6 p.m. true time.

¹⁰⁵ Deut 4; 35.

¹⁰⁶ $\alpha - L = \rho$, the reduction to the center and $L - l = C$, the equation of the center.

¹⁰⁷ $L = 118^{\circ} 35' 25''$; $l = 119^{\circ} 34' 10''$; $\alpha = 120^{\circ} 43' 19''$; Magrab = $134^{\circ} 54' 55''$

Maghrab - $l = 15^{\circ} 20' 45''$. Maghrab - $\alpha = 14^{\circ} 11' 46''$.

Thus $\Delta = 14^{\circ} 11' 36''$ or 56m 46s. Thus sunset is at 6h 56m 46s p.m. true time.

ל"ד חלקים י' שניים והיה מקום האמיתי קי"ח מעלות ל"ה חלקים כ"ה שניים והעלייה באופק ישר הייתה ק"כ מעלות מ"ג חלקים י"ט שניים ושקיעת המגראב באופק ירושלים שרחבה צפונית ל"ב מעלה, הייתה קל"ד מעלות נ"ד חלקים נ"ה שניים. תגרע מקום האמצעי מן המגראב שבאופק ירושלים נשאר ט"ו מעלות כ' חלקים מ"ה שניים. ולפי שקיעת המגראב היא יתר על מקום האמצעי תהיה מנת השינוי להוסיף, ובעבור שהשינוי שבין השקיעה הישרה ובין המגראב באופק נוטה הוא י"ד מעלות י"א חלקים ל"ו שניים שהם נ"ז חלקים מחלקי השעה פחות כ"ד שלישיים לכן בזה השיעור תקדים שקיעת האופק הישר לשקוע קודם שקיעת אופק ירושלים. והזמן האמצעי היה במשל הזה קודם שקיעת הזמן האמיתי באופק ישר בכדי מעלה אחת ט' חלקים ט' שניים כמו שהתבאר ס' י"ט' במשל הראשון. וא"כ השקיעה באופק ירושלים בכדי שתי ההוספות שהן ט"ו מעלה כ"ה חלקים מ"ה שניים¹⁰⁸ וכמו שהתבאר. וכן הדין במשל השני שהיה מקום האמצעי ש"ט מעלות כ"ה חלקים ל"ג שניים ומקום האמיתי היה ש"י מעלות מ"ה חלקים מ"ב שניים והשקיעה האמיתית באופק משהו היום היתה ש"ג מעלות י"ג חלקים ל"ח שניים.¹⁰⁹ ושקיעת המגראב באופק ירושלים היתה ש"א מעלות מ"ח חלקים נ"ז שניים,¹¹⁰ תגרע המגראב ממקום האמצעי, נשאר ז' מעלות ל"ו חלקים ל"ו שניים.¹¹¹ ולפי ששקיעת המגראב היתה פחות ממקום האמצעי, תגרע השינוי ההוא מן הזמן האמצעי ויצא לך השקיעה האמיתית. וכל זה לפי שהשינוי שבין השקיעה הישרה ובין המגראב באופק ירושלים הוא י"א מעלות כ"ד חלקים מ"א שניים.¹¹² ובכדי השיעור הזה יקדים השמש לשקוע באופק ירושלים קודם שקיעתו באופק הישר, להיות כי הזמן האמצעי היה קודם השקיעה האמיתית באופק ישר בכדי ג' מעלות מ"ח חלקים ה' שניים כמו שהתבאר. נמשך מזה שהשקיעה האמיתית באופק ירושלים הקדימה לפני הזמן האמצעי בכדי ז' מעלות ל"ו חלקים ל"ו שניים. והיינו כשתגרע ג' מעלות מ"ח חלקים ה' שניים מן י"א מעלות כ"ד חלקים מ"א שניים, והבן זה.¹¹³ והשינוי שבאופק ירושלים שאפשר להיות בתכלית גדלו בזמנים האלה הוא כאשר יהיה מקום השמש האמיתי ב-ט"ו מעלה ממזל קשת¹¹⁴ שאז הוא קרוב לשפל רום שהוא בזמנינו זה ז' מעלות ל"ו חלקים במזל גדי¹¹⁵ ובמקום הזה היה השינוי בתכלית הגודל והוא י"ז מעלות י' חלקים והשינוי הוא לגרוע מזמן האמצעי¹¹⁶ וכן הדין ב-ט"ו מעלה ממזל סרטן¹¹⁷ שאז הוא קרוב לגובה הרום שהוא בזמנינו זה ז' מעלות ל"ו חלקים בו¹¹⁸ ואז לא יהיה השינוי רק ט"ז מעלות כ' חלקים והוא להוסיף.¹¹⁹

$E = C + \rho = \alpha - 1 = 1^\circ 9' 9'' = 4m 37s$. Mean time precedes true time, thus at this moment it is already 7h 1m 23s mean time. Thus sunset is at 6h 56m 46s p.m. true time or 7h 1m 23s mean time.

$\alpha + \Delta - 1 = 15^\circ 20' 45''$ corresponding to 61m 23s.

¹⁰⁸ $C + \rho + \Delta = 1^\circ 9' 9'' + 14^\circ 11' 36'' = 15^\circ 20' 45''$. In the text it writes $15^\circ 25' 45''$. It must be a scribal error. Indeed we found above $Maghrab - 1 = \alpha + \Delta - 1 = E + \Delta = 15^\circ 20' 45'$ or 61m 23m. Sunset is at 7h 1m 23s.

¹⁰⁹ $\alpha = 313^\circ 13' 38''$.

¹¹⁰ $\alpha + \Delta = 301^\circ 48' 57''$. $\alpha > \alpha + \Delta$ thus $\Delta < 0$.

¹¹¹ $\alpha + \Delta - 1 = -7^\circ 36' 36''$

¹¹² $\Delta = -11^\circ 24' 41''$. $\alpha - 1 = C + \rho = 3^\circ 48' 5''$. $C + \rho + \Delta = 3^\circ 48' 5'' - 11^\circ 24' 41'' = -7^\circ 36' 36''$ corresponding to 30m 26s.

¹¹³ $\Delta = -11^\circ 24' 41''$ means that sunset is 45m 38s before 6 p.m. at 5h 14m 22s p.m. true time.

$E = 3^\circ 48' 5'' = 15m 12s$. Mean time precedes true time. Thus at this moment it is already 5h 29m 34s mean time. At sunset it is **5h 29m 34s p.m. mean time**.

¹¹⁴ $L = 255^\circ$. This statement seems uncorrect.

¹¹⁵ According to Hanover, the longitude of the perigee was in his days $\omega = 277^\circ 36'$.

¹¹⁶ $E = 17m 10s$. According to Hanover it would be on about December 6. In fact Emax is 14m 22s on February 11. When Hanover subtracts then $E > 0$; when he adds to the mean time $E < 0$.

¹¹⁷ 105° . This statement seems uncorrect.

¹¹⁸ The longitude of the apogee was at his time $97^\circ 36'$.

¹¹⁹ $E = -16m 20s$. According to Hanover, it would be on about July 6. In fact Emin is $-16m 23s$ on November 4. Ptolemy and al-Battani had already recognized that the maximum of E is at about 320° on about February 10 and the minimum of E is at about 220° on the beginning of November.

כ"ב.

וכאשר יהיו מוכנים לפניך השינויים שבין הזמן האמצעי לזמן האמיתי, כמה מעלות וכמה חלקים הם ממעלות משה היום, תחברם לשעה, כאשר יהיה בידך ט"ו מעלות [ב' חלקים] וכ"ח שניים או תעשה מהן חצי שעה אם יהיו ז' מעלות ל"א חלקים י"ב שניים בקירוב (שהרי גלגל משה היום הוא ש"ס מעלה המסבב ממזרח למערב כולו, ונוסף עליו עוד קשט נ"ט חלקים ו-ח' שניים ו-י"ט שלישיים ו-מ"ח רביעיים בקירוב בכדי מה שהתנועע השמש ממערב למזרח מה שהסב גלגל משה היום בזמן כ"ד שעות יתר על ש"ס מעלות. נמשל מזה כי בשעה אחת מ-כ"ד שעות יתנועעו ט"ו מעלה ושני חלקי מעלה ו-כ"ח שניים ממשה היום ובחצי שעה יתנועעו ז' מעלות ל"א חלקים י"ד שניים ממשה היום)¹²⁰ והיוצא מהם זהו מה שאתה צריך להוסיף או לגרוע מזמן האמצעי¹²¹ אשר הונך בידך. והנה הארכתי כ"כ בשינוי הימים האמיתיים לתועלת המעיין להבין הדבר על בוריו ולהעמידו על האמת, כי בדבר הזה נסתבכו כל מפרשי דברי הרמב"ם ז"ל ומחלוקת גדול בין בעלי תכונה¹²² לכן הארכתי במופתים וראיות ומשלים ודמיונות ונסיונות למען יכירו וידעו כי אמת נכון הדבר¹²³ כאשר דיברתי, אין בהם נפתל ועקש¹²⁴ שאין מקום לבלעדין לחלוק.

כ"ג.

אחרי אשר דיברנו ממהלך השמש וחקרנו על השינוי שיש בין הימים האמצעיים והאמיתיים במה שיש בו די, יאות לנו לדרוש ולחקור ג"כ על מהלך הירח ולדבר על השינויים והסיבובים שנמצאו בו. וראוי שתדע כי כל השינויים שנמצאו במהלך השמש גם הם נמצאו במהלך הירח כי גם הירח מתנועע הכרחית ממזרח למערב¹²⁵ מפאת התנועה היומית כמו השמש. גם יש לו תנועה עצמית ממערב למזרח¹²⁶ והוא מהלך הירח בגלגלו ונמצאו בו עוד שינויים אחרים אשר לא נמצאו במהלך השמש עד שמפני זה אמרו רז"ל שמש ידע מבואו, ירח לא ידע מבואו.¹²⁷ והנה כאשר חקרו בעלי תכונה מצאו בחקירתם שהירח הוא כדור כעור ואין בו אור מפאת עצמו אבל הוא מקבל אורו מהשמש אשר הוא תחת האופק. ולפי שהירח הוא למעלה מן האופק ומקבל אורו מן

¹²⁰ Here Hanover insists on the difference between the sidereal time (he never used this concept) and the mean time. During 24 hours mean time the sun passes twice through the superior or the inferior meridian but its longitude increases by $360^{\circ} 59' 8''$. Therefore in 24 hours the sun makes a complete rotation but a point of the equator like, the vernal point covers $360^{\circ} * 1.002738$. Thus in an hour the sun covers 15° but the vernal point turns by $15^{\circ} * 1.002738 = 15^{\circ} 02' 28''$. Thus the apparent angular velocity of the equator is greater than the apparent angular velocity of the sun because of its own movement opposite to the diurnal movement. Therefore all the quantities considered in E refer to a point of the equator turning faster than the sun and therefore E in degrees should be reduced in mean time by multiplication by $4 * 0.997270$. The author writes indeed that $15^{\circ} 28'$ of the equator corresponds to an hour. In fact it is a lapsus calami and it must be $15^{\circ} 02' 28' = 15.0411$ and $15.0411 * 4 * 0.997270 = 60m = 1$ hour. Practically this is always neglected but it is a theoretical point.

¹²¹ $E = T_m - T$ in this book. Thus $T = T_m - E$, and if $E > 0$ it must be subtracted and if it is < 0 it must be added.

¹²² The scholars of the 16th and 17th century were indeed much divided about the equation of time. Hanover, who knows perfectly the elements of the ancient astronomy, is apparently not aware of the treatment of the equation of time in ancient astronomy (Ptolemy, al-Battani) and he follows the modern theory introduced by Flamsteed. Hanover masters completely the subject; however he does not situate correctly the positions of the extrema of E.

¹²³ Deut 13 ; 15 and 17 ; 4.

¹²⁴ Prov 8 ; 8.

¹²⁵ Clockwise

¹²⁶ Counterclockwise.

¹²⁷ Psalm 104; 19 and B. Rosh ha-Shanah 25a.

השמש לכן הוא משליך ניצוצות על האופק במקום שאין השמש יוכל להשליך ניצוצות לשם כעניין מראה מלוטשת המקבלת אור מן השמש ומשלכת ניצוצות במקום הצל שאין ניצוצי השמש יכולים להגיע לשם בעת ההיא. והתבאר להם זה לפי שראו בעת הקיבוץ והוא כאשר יתקבצו השמש והירח בחלק אחד או בנקודה אחת מגלגל המזלות שאז יהיה הירח תחת השמש בשוה. הנה בעת ההיא אין אור הירח נראה לארץ לגמרי לפי שחלק המאיר ממנו פונה למעלה לצד השמש והחלק הבלתי מאיר הוא נוטה למטה. על כן נסתר אורו מעינינו וכאשר נעתק הירח מן השמש נאצל מעט מאורו לנגד עינינו וכל עוד שהירח מתרחק מן השמש כן ירבה וכן יפרוץ¹²⁸ אורו ומתפשט והולך עד אמצע החודש בעת שהירח הוא בתכלית המרחק מן השמש שהוא מרחק חצי גלגל בריחוק ממערב. בעת ההיא כאשר השמש שוקע במערב אזי הירח נראה במזרח ואז נראה הירח במילואו ומשם והלאה יתנועע הירח להתקרב אל השמש והוא הולך וקרב עד אשר יתקבץ עם השמש פעם שנית (וכן גם אורו פוחת והולך עד שאין אורו נראה על הארץ) והוא אחרי כ"ט יום וחצי בקירוב. ובעבור זה הסכימו ג"כ שגלגל הירח הוא למטה מגלגל השמש ואמרו שהירח הוא בגלגל התחתון והנה הוא בגלגל הרביעי מלמטה למעלה וברוב החקירה ועיון מצאו עוד שיש שינוי זמן בין עת קיבוץ השמש והירח ובין עת קיבוצם פעם אחרת, רצוני לומר שאין ביניהם זמן מוגבל תמיד אבל יש בהם הבדל בפחות ויתר גם עת הניגוד והוא בהיות הירח נגד השמש והוא בהתרחקו ממנו ק"פ מעלות שהוא תכלית המרחק. הנה גם הריחוק הזה לא יתהווה תמיד בזמן אחד מוגבל, אבל נבדל זה מזה בפחות ויתר. וכאשר התחכמו על זה הסכימו שיש שני גלגלים לירח הא' הוא גלגל המקיף את העולם ר"ל שהארץ בתוכו¹²⁹ ומתנועע למזרח¹³⁰ והשני הוא גלגל קטן שאינו מקיף את העולם ר"ל שאין הארץ בתוכו. ומרחק הגלגל הזה קבוע בגלגל הגדול וקראוהו בשם גלגל ההקפה¹³¹ לפי שמרכזו קבוע בהקף הגלגל הגדול עד שמרכז הגלגל הקטן מתנועע ממערב למזרח¹³² בתנועע הכרחית ע"י תנועת הגלגל הגדול. והגלגל הקטן הנקרא גלגל ההקפה גם הוא מתנועע תנועה עצמית ובו הירח קבוע ומתנועע עמו בהקיפו. וסדר תנועתו הוא כך, בחצי העליון של גלגל הקטן היוצא מגלגל הגדול ופונה למעלה נגד המזלות, מתנועע הירח ממזרח למערב¹³³ הפך דרך המזלות. ובחצי הפונה למטה נגד הארץ מתנועע הירח ממערב למזרח כסדר המזלות. המשל בצורה ט, נקודת ט תהיה מרכז גלגל אבגד שהוא גלגל המזלות ועגולת הוזה הוא גלגל השמש. והשמש עצמו בנקודת ה ועגולת כעצפ הוא גלגל הירח הנקרא גלגל הנושא¹³⁴ לפי שמשיא את מרכז גלגל ההקפה. ועגולת למנס הוא גלגל ההקפה ונקודת כ הוא מרכז גלגל ההקפה והמרכז הזה מתנועע ממערב למזרח רצוני לומר מנקודת כ אל נקודת מ, ומנקודת מ אל נקודת ע וכן מתנועע והולך עד שהוא חוזר חלילה. ובעגולת גלגל ההקפה עצמו מתנועע הירח מנקודת מ עד נקודת ל ועד ס ועד נ ובזה הדרך תמצא כי בחצי העליון מגלגל ההקפה הוא מתנועע לפאת מערב ובחציו התחתון מתנועע לפאת מזרח. ומהלך מרכז גלגל ההקפה אשר בגלגל הגדול נקרא מהלך אמצא הירח וע"י כלי העיון מצאו כי הזמן שיתנועע מרכז ההקפה הזה בכל הגלגל הגדול מנקודה לנקודה הוא כ"ז ימים ח' שעות בקירוב (והוא מהלך שוה בכל יום בכדי י"ג מעלה י' חלקים ל"ה שניים ושלישי אחד ו-מ"ח רביעיים) ולפי שהשמש כבר התנועע גם הוא בזמן ההוא עד נקודת ק והוא כ"ז מעלה בקירוב, א"כ כאשר הגיע הירח אל הנקודה הראשונה מהגלגל שמשם התחיל להתנועע שהוא מניין ש"ס מעלה לא מצא השמש בנקודה ההיא לפי שכבר התרחק השמש להתנועע ממנה והלאה בשיעור כ"ז מעלה כמו שהתבאר. א"כ צריך שיתנועע הירח עוד מן הנקודה ההיא והלאה עד שיגיע אל נקודת ש שהוא מקום השמש ויהיה שם הקיבוץ בנקודות ק ש. לכן אמרו בעלי התכונה כי מזמן הקיבוץ האמצעי עד זמן הקיבוץ אחר הוא כ"ט יום י"ב שעות תשצ"ג חלקים בקירוב והוא נקרא מולד אמצעי. ולפי שהירח עצמו יתנועע בגלגל ההקפה פעם למערב והוא כאשר יהיה בחלק העליון ממנו ופעם יתנועע למזרח והוא כאשר יהיה בחלק התחתון ממנו. והוא מתנועע בגלגל הזה בכל יום בכדי י"ג מעלות ג' חלקים נ"ג שניים נ"ה שלישיים מ"ח רביעיים. מבואר מזה שאם היה הירח עצמו במולד

¹²⁸ Exodus 1 ; 12.

¹²⁹ Deferent

¹³⁰ Counterclockwise.

¹³¹ Epicycle.

¹³² Clockwise.

¹³³ The epicycle turns clockwise. Therefore an external point of the epicycle gives the impression, seen from the earth, to move clockwise while an internal point of the epicycle seems, from the earth, to move counterclockwise

¹³⁴ Deferent.

הראשון מכוון תחת השמש לא יתכן שיהיה מכוון תחתיו במולד שאחריו שהרי כאשר היה המולד הראשון מכוון בנקודת **כ** והירח עצמו היה בנקודת **ה** וא"כ מבואר שהיו השמש והירח גם מרכז גלגל ההקפה שלושתם בנקודה אחת מגלגל המזלות והיה מולד האמצעי גם מולד האמיתי ברגע אחת (כי מולד האמצעי הוא כאשר יהיה מרכז גלגל ההקפה מכוון תחת מרכז השמש האמצעי בשוה ומולד האמיתי הוא כאשר יהיה מרכז הירח עצמו מכוון תחת מרכז השמש האמיתי בשוה) והנה במולד שאחריו כבר התנועה השמש מנקודת **ה** עד נקודת **ק** ובזמן ההוא התנועה מרכז גלגל ההקפה כל גלגלו ועוד קשת **כש** עד שיגיע תחת השמש כי שם מולד השני שהוא מולד האמצעי והוא קיבוץ **שק** שהרי בזמן ההוא כבר התנועה הירח עצמו בגלגלו את כל גלגלו ועוד נוסף עליו קשת **רת** שהוא כ"ה מעלה חמישים חלקים ממעלת גלגלו. המבואר מזה כי בעת שיגיע מרכז גלגל ההקפה תחת השמש בשוה מפאת תנועתו ממערב למזרח כבר היה הירח עצמו בחצי העליון מגלגלו בפאת מערב מהשמש וצריך שמרכז גלגל ההקפה יתנועע עוד זמן מה עד שיגיע הירח עצמו תחת השמש שהוא מולד האמיתי. והנה במשל הזה יהיה מולד האמיתי אחר מולד האמצעי ולפעמים יהיה מולד האמיתי קודם מולד האמצעי, כי נניח שהיה הירח בנקודת **ג** מגלגל ההקפה שהוא חלק התחתון ממנו בעת אשר היה מרכז גלגל ההקפה שהוא נקודת **כ** תחת מרכז השמש בשוה שהוא נקודת **ה** ואז היו ג"כ המולד האמצעי עם המולד האמיתי הרגע אחת. ואולם במולד האמצעי כבר התנועה השמש עד נקודת **ק** ומרכז גלגל ההקפה כבר התנועה סביבות כל גלגל הנושא ועוד נוסף עליו קשת **כש** עד הגיעו תחת השמש והוא מולד האמצעי ואין ספק כי בתוך הזמן כבר התנועה הירח עצמו את כל גלגל ההקפה ועוד קשת **ני**. התבאר מזה כי טרם יגיע מרכז גלגל ההקפה תחת השמש כבר הגיע הירח עצמו תחת השמש בשוה כיון שהוא אז בחלק התחתון מגלגל ההקפה ובפאת מזרח ממרכז גלגל ההקפה. וא"כ יהיה מולד האמיתי קודם למולד האמצעי וזהו המכוון במאמר חז"ל פעם בא בארוכה ופעם בא בקצרה והבן זה.

אבל ראוי שתידע שזה האורך והקוצר אינו שוה בכל מולד. המשל בצורה י' נקודת **ד** הוא מרכז הארץ ונקודת **ה** הוא מרכז גלגל היוצא מהשמש והשמש עצמו הוא בנקודת **א** בגלגלו והירח עצמו הוא בנקודת **ו** ונקודת **ז** הוא מרכז גלגל ההקפה ונקודת **ב** הוא מקום אמצע השמש בגלגל המזלות ומרכז גלגל ההקפה הוא תחת מקום אמצע השמש בשוה והוא מולד אמצעי אבל מקום השמש האמיתי הוא בנקודת **ג** מגלגל המזלות ומקום הירח האמיתי הוא בנקודת **ח**. מבואר מזה כי בעת המולד האמצעי היה מקום הירח האמיתי רחוק ממקום השמש האמיתי בכדי קשת **גב** שהרי קשת **גב** הוא מנת מסלול השמש¹³⁵ וקשת **בח** הוא מנת מסלול הירח¹³⁶ ומקום הירח עצמו כבר התבאר שהוא לפני השמש בפאת מזרח וא"כ כבר התקבץ הירח עצמו עד השמש קודם שהתקבץ מרכז גלגל ההקפה עם השמש¹³⁷. נמשך מזה שהמולד האמיתי היה קודם המולד האמצעי בכדי שיעור מה שיתנועע הירח בקשת **גח** ושיעור של מנות האלה הוא בכדי י"ד שעות. ובזה השיעור מהזמן הקדים מולד האמיתי למולד האמצעי. גם ייתכן שהיה מולד האמיתי אחר מולד האמצעי ביכדי י"ד שעות. המשל בצורה שקדמה אם היה השמש בגלגלו בנקודת **מ** ומקומו האמצעי בגלגל המזלות היה בנקודת **ס** ומרכז גלגל ההקפה היה בנקודת **ט** תחת מקום אמצע השמש בשוה והוא מולד האמצעי. והירח עצמו היה בנקודת **כ** ומקום האמיתי בגלגל המזלות הוא בנקודת **ל** לפני השמש בפאת מערב ומקום השמש האמיתי היה בנקודת **ג**. מבואר מזה שהירח היה צריך להתנועע עוד בכדי קשת **לס** עד שהגיע תחת השמש והנה במשל הזה היה המולד האמיתי אחרי מולד האמצעי בכדי שיעור מה שיתנועע הירח בקשת **לס** ועוד שיעור זמן י"ד שעות. ולקמן יתבאר לך חשבון מולד האמיתי בדקדוק גדול בדרך שהאצטגננים¹³⁸ מחשבים בו, ומשם תוכל להתבונן כי הבדל זמן היותר גדול שבין מולד האמיתי למולד האמצעי הוא י"ד שעות לכל היותר.

¹³⁵ The distance between the mean sun and the true sun is the equation of the center or the quota of the mean solar anomaly.

¹³⁶ The distance between the mean moon and the true moon is the quota of the moon's anomaly.

¹³⁷ The true longitude of the moon is greater than the true longitude of the sun; the true conjunction was already before the men conjunction.

¹³⁸ Indeed the calculations were performed on a similar way as professional astronomers of his time.

עוד חקרו בעלי תכונה והסתכלו יותר במהלך הירח ומצאו בכלי העיון ש[א]ע"פ שחשבון הקיבוץ והניגוד האמיתי אשר התבאר למעלה מכוון היטב עם העיון בכל עת, מ"מ מקום בזמן מן הזמנים יהיה שם שינוי בין מקום הירח אשר התבאר מן החשבון ובין מקומו הנראה מניצוץ עינינו עד שבעבור זה ישתנה הקשת שבין הירח האמצעי והאמיתי בפחות ויתר. והשינוי הזה¹⁴⁰ הולך וגדל אחרי עת המולד עד רביעית החודש והוא כאשר יהיה מרחק הירח מן השמש צ' מעלות שאז יהיה השינוי שבין הירח האמצעי והאמיתי בתכלית הגדול ומשם והלאה השינוי מתמעט והולך עד שעת הניגוד והוא כאשר יהיה השמש והירח רחוקים זה מזה בתכלית שהוא מרחק ק"פ מעלה, שאז לא יהיה שם שינוי אחר זולת השינוי הראשון אשר התבאר לעיל ס' כ"ד. ומשם והלאה חוזר זה השינוי להשתנות מידי יום ביומו עד ג' רביעית החודש והוא כאשר יהיה מרחק הירח מעל השמש ר"ע מעלה ממערב למזרח ואז יהיה השינוי גדול בתכלית כמו שהיה ברביעי הראשון, ומשם והלאה יתמעט השינוי והולך וחסור¹⁴¹ עד עת המולד ואז אין שם שינוי לגמרי זולת השינוי הראשון אשר התבאר לעיל ס' כ"ד. גם מצאו בכלי העיון כי בעת המולד ובעת הניגוד יהיה מרחק הירח מן הארץ רחוק מאוד בתכלית מה שאפשר¹⁴² וברביעי הראשון וברביעי השלישי מצאו הירח קרוב אל הארץ מאוד בתכלית מה שאפשר ובשאר נקודות הגלגל מצאו הירח במרחק אמצעי ובפחות ויתר בבחינת יום ויום, בעבור זה הסכימו וגזרו אומר כי מרכז גלגל הירח הוא יוצא ממרכז גלגל המזלות שהוא הארץ (כמו שהוא בגלגל השמש) ומרכז גלגל הזה מסבב סבובו סביבות הארץ ממזרח למערב הפך סדר המזלות לפי שגם נקודת הגובה מגלגל היוצא הזה מתנועע ממזרח למערב הפך סדר המזלות. ומהלכה ביום אחד י"א מעלה י"ב חלקים י"ט שניים ומרכז גלגל ההקפה מתנועע בגלגל זה היוצא מרכז ממערב למזרח בכדי כ"ד מעלות כ"ב חלקים נ"ד שניים בכל יום. ובעת הקיבוץ תמיד יהיה הגובה מגלגל היוצא גם מרכז גלגל ההקפה, שניהם מכוונים תחת השמש בשוה, עד שהקו היוצא מניצוץ עינינו אל מקום אמצע השמש עובר על מרכז גלגל היוצא ועל מרכז גלגל ההקפה ועל נקודת הגובה מגלגל היוצא בשוה, ויתנועע הגובה לפאת מערב ביום אחד י"א מעלה י"ב חלקים י"ט שניים ויתנועע השמש לפאת מזרח ביום אחד בכדי נ"ט חלקים ח שניים וכפי זה יהיה מרחק הגובה מן השמש ביום אחד י"ב מעלה י"א חלקים כ"ז שניים. ומרכז גלגל ההקפה מתנועע בגלגל היוצא גם ממערב למזרח כ"ד מעלה כ"ב חלקים נ"ד שניים. וכאשר תגרע מרחק הגובה עד מקום אמצע השמש ממהלך מרכז גלגל ההקפה ביום אחד נשאר י"ב מעלה י"א חלקים כ"ז שניים. ויהיה מרחק גלגל ההקפה ממקום אמצע השמש בפאת מזרח כמרחק הגובה מאמצע השמש בפאת מערב וככה יהיו במרחק שוה תמיד, בכל עת ובכל שעה, כי תמיד יהיה מרחק הגובה ממרחק גלגל ההקפה לכפל מרחק מרכז גלגל ההקפה מאמצע השמש. וא"כ כאשר יהיה מרחק מרכז גלגל ההקפה צ' מעלות מאמצע השמש לפאת מזרח אזי יהיה מרחק הגובה ממרכז גלגל ההקפה ק"פ מעלות. הנה מבואר מזה שאז יהיה מרכז גלגל ההקפה בשפל רום גלגל היוצא שהוא המקום הקרוב אל הארץ ובעבור זה יהיה הירח קרוב לארץ וזאת היא הסבר בעצמה במה שהשינוי שבין אמצע הירח והאמיתי אשר בגלגל המזלות הוא בתכלית הגדול במקום הזה. והיינו לפי שגלגל ההקפה הוא קרוב לארץ, לכן שני הקווים היוצאים מניצוץ עינינו שהאחד עובר על מרכז גלגל ההקפה ומגיע עד נקודה אחת בגלגל המזלות והשני עובר על מרכז הירח עצמו ומגיע עד מקום אחר בגלגל המזלות ואין ספק כי שני הקווים האלה מתפשטים ומתרחבים יותר כל עוד שיהיה גלגל ההקפה יותר קרוב לנגד עינינו ממה שהם כאשר יהיה גלגל ההקפה רחוק ממנו. ודבר זה מבואר לחוש ואין צריך לבארו. המשל בצורה י"א, עגולת אבגד הוא גלגל המזלות ונקודת א הוא מקום אמצע השמש¹⁴³ ונקודה ה הוא מרכז גלגל המזלות והוא גם הוא מרכז הארץ

¹³⁹ The second lunar model in order to take the evection into consideration. See Pedersen, O. A survey of the Almagest, Odense University Press, p. 184.

¹⁴⁰ The evection. Its effect is maximum when the elongation is 90° and 270°.

¹⁴¹ Gen 8; 5.

¹⁴² The distance is maximum at the conjunction and opposition when the elongation is 0° and 180°, the distance moon-earth is then $P = R + e_l = 60$; the distance is minimum when the elongation is 90° and 270°, the distance moon-earth is then $P = R - e_l = 39.3667$. The ratio $P_{\min} / P_{\max}$ is = 0.66. This in contradiction with all the observations and was a real objection against the model of the ancients.

¹⁴³ In א י"א it is assumed that the mean sun remains in א. Thus the whole figure remains centered on the mean sun.

ומרכז גלגל היוצא ממרכז גלגל הירח היה בעת ההיא בנקודת ט. ונקודות וכלמ הוא גלגל היוצא ונקודת ו הוא הגובה ושם הוא מרכז גלגל ההקפה בכל עת שיהיה הקיבוץ האמצעי. והירח עצמו היה בגלגל ההקפה בנקודת ז וכאשר תמשוך ממרכז הארץ קו הזח העובר על מרכז הירח ומגיע עד גלגל המזלות יהיה מקום הירח האמיתי בנקודת ח וקשת אח הוא קשת השינוי שבין מקומו האמצעי ובין מקומו האמיתי והוא ה' מעלות.¹⁴⁴ והנה השמש והירח ומרכז גלגל ההקפה ומרכז גלגל היוצא, כל אחד יתנועע כפי תנועתו המסודרת בו עד ז' ימים בקירוב ואז כבר התנועע מרכז גלגל היוצא מנקודת ט עד נקודת נ ועי"ז נעתק הקף כל הגלגל היוצא ממקומו והיא עגולת סרעק ואז יהיה הגובה ממנו בנקודת ס. ובעת ההיא כבר התנועע מרכז גלגל ההקפה לפאת מזרח עד נקודת ע מגלגל היוצא והוא בשפל רום גלגלו שהוא המקום הקרוב לארץ בתכלית. ואז יהיה אמצע הירח בנקודת ב מגלגל המזלות, והגובה מגלגל היוצא יהיה אז במקום ד מגלגל המזלות. התבאר מזה כי מרחק בא שהוא מרחק מקום אמצע השמש ממקום אמצע הירח הוא שוה למרחק דא שהוא מרחק מקום הגובה מגלגל היוצא ממקום אמצע השמש, כי כל אחד מהם הוא מרחק צ' מעלה. ונניח שהירח עצמו יהיה בנקודת פ מגלגל ההקפה ומקומו האמיתי בגלגל המזלות הוא נקודת צ וקשת השינוי שבין מקומו האמצעי ובין מקומו האמיתי הוא קשת בצ וזה השינוי הוא יותר גדול מקשת שינוי הראשון שהוא קשת אח אשר היה ה' מעלות אבל השינוי הזה הוא ז' מעלות מ"א חלקים ועם היות שבשניהם היה הירח במרחק שוה ממרכז גלגל ההקפה, מ"מ יפול ביניהם השינוי, לפי שבמשל הראשון אשר הם בתחילת החודש אזי היה גלגל ההקפה רחוק מן הארץ בתכלית המרחק ובמשל השני אשר היה בשבעה לחודש היה גלגל ההקפה קרוב אל הארץ בתכלית הקירוב ובעבור זה יהיה השינוי אז יותר גדול בגלגל המזלות לפי ששני הקווים היוצאים מניצוץ עינינו יתפשטו ויתרחבו אז זה מזה יותר כמו שבארנו לעיל. ומעתה בנקל יוכל לצייר בדעתך איך שהשינוי הולך וגדול עד רביע הראשון ומשם והלאה הולך וחסור עד עת הניגוד שהוא בחצי החודש, שאז יהיה מרכז גלגל ההקפה על נקודת [ג] והוא מן השמש ק"פ מעלה, ואז יהיה השינוי רק כאשר היה בתחילת החודש. ומשם והלאה יתחיל מרכז גלגל ההקפה להתקרב אל השמש בפאת מערב והגובה יתחיל להתקרב אל השמש בפאת מזרח. וכאשר הגיע מרכז גלגל ההקפה ברביע השלישי אזי יהיה כנגדו ואז יהיה השינוי שבין מקום האמצעי והאמיתי כמו שהיה שהיה ברביע הראשון לפי שאז יהיה ג"כ מרכז גלגל ההקפה בשפל רום גלגל היוצא כמו שהיה ברביע הראשון. ומשם והלאה יתקרבו שניהם אל השמש (רצוני לומר הגובה ממרכז גלגל ההקפה) ויגיעו אליו זה בפאת מזרח וזה בפאת מערב, והעת אשר יגיעו שניהם אל השמש הוא עת המולד מן החודש שלאחריו.

כ"ה.¹⁴⁵

עוד חקרו בעלי תכונה ומצאו ע"י כלי עיון שיש עוד שינוי אחר במהלך הירח כי עם היות שכבר מצאו החשבון מכוון עם העיון בדקדוק גדול בארבעה מקומות שדיברנו שהם בעת המולד וברביע הראשון ובעת הניגוד וברביע השלישי, עכ"ז מצאו שיש עוד שינוי אחר בין הזמנים האלה בבחינת יום בינוני ומצאו כי השינוי אשר הוא בתכלית הגודל בין הזמנים האלה הוא באמצעיים אשר בין הריבועים האלה.¹⁴⁶ אבל בריבועים עצמם לא ממצאו השינוי הזה כי הם [מצאו] בבחינה גדולה שיתחיל זה השינוי מיד אחרי עת המולד (לא בעת המולד עצמה) והולך וגדל עד עת שיהיה מרכז גלגל ההקפה ממקום אמצע השמש מ"ה מעלות ואז יהיה זה השינוי בתכלית גודלו ומשם והלאה פוחת והולך עד רביע הראשון והוא בעת שיהיה מרכז גלגל ההקפה מרחק צ' מעלה ממקום אמצע השמש ואז לא יהיה שם זה השינוי השלישי לגמרי. חוזר זה השינוי ומתגדל והולך עד חצי רביע ושם יהיה השינוי בתכלית גודלו ומשם והלאה חוזר להתמעט עד עת הניגוד ואין שם שינוי לגמרי. ומשם והלאה חוזר להשתנות עד חצי רביע השלישי, ואז יהיה בתכלית הגודל. ואח"כ מתמעט עד סוף רביע השלישי וכן כמנהג ג"כ ברביע הרביעי. וממה שהתבאר הונה בידך כי השינוי השלישי אינו נוהג לא בסוף רביע הראשון ולא בעת הניגוד שהוא סוף רביע השני ולא בסוף רביע השלישי ולא בסוף רביע הרביעי שהוא

¹⁴⁴ For example.

¹⁴⁵ The third lunar model. See Pedersen, A Survey of the Almagest, 1974, p. 192.

¹⁴⁶ Introduction of the third model in order to account for the situation when the elongation is 45°, 135°, 215° and 315°.

עת המולד. אבל בכל שאר המקומות אשר בין הרבועים נוהג זה השינוי בפחות ויותר. ותמיד יהיה תכלית גודלו להיות מרחק מרכז גלגל ההקפה ממקום אמצע השמש מ"ה מעלות או קל"ה מעלות או רכ"ה מעלות או שט"ו מעלות, והוא להיות מרכז גלגל ההקפה במרחקים האמצעיים שבין הארבעה ריבועים. ובעבור זה הסכימו בעלי תכונה וגזרו אומר שיש לגלגל ההקפה שתי תנועות, האחת היא תנועת מרכזו באופן גלגל היוצא ממערב למזרח כמו שהתבאר למעלה ס' כ"ד והשנית אינה תנועה סיבובית אבל היא תנועת הנליזה והוא שקוטר גלגל ההקפה הוא נולז במעגלו, רצוני לומר שהקו היוצא מניצוץ עינינו ועובר על מרכז גלגל ההקפה ועל נקודת רום גובהו, לפעמים הוא נלז מניצוץ עינינו ונוטה אל נקודה אחרת שהיא נוכח נקודת מרכז גלגל היוצא. המשל הצורה י"ב¹⁴⁷, עגולת **והסנ** הוא גלגל המזלות ונקודת **א** היא הארץ שהיא מרכז גלגל המזלות ונקודת **ז** הוא מקום השמש בגלגלו ועגולת **גדה** הוא גלגל הירח היוצא מרכזו ומרכז גלגל היוצא **ב** ונקודת **ג** היא נקודת הגובה מגלגל היוצא והוא במעמד יום או יומיים אחרי המולד שהוא קיבוץ האמצעי והתרחק הגובה מן השמש למערב בכדי קשת **ה**{**ז**} כי נקודת **ז**{**ז**} הוא מקום אמצע השמש בגלגל המזלות ונקודת **ה** היא מקום הגובה בגלגל המזלות. ומרכז גלגל ההקפה כבר התנועע בתוך הזמן ההוא למזרח בכדי קשת **ז**{**ז**} והוא הנקרא בפ' הרמב"ם ז"ל **אמצע המסלול**. ומרכז גלגל ההקפה הוא נקודת **ח** מגלגל היוצא ומה שהתנועע הירח עצמו בגלגל ההקפה הוא הנקרא בפ' הרמב"ם ז"ל **מסלול הירח**. והנה כבר הכרחי הוא שתהיה לנו נקודה בגלגל ההקפה שמימנה תהיה התחלת מניין מעלות מסלול הירח ובחרו בעלי התכונה בנקודת הגובה מגלגל ההקפה שמשם ההתחלה למספר מעלות מסלול הירח, והיא הנקודה העליונה מחצי העליון של גלגל ההקפה. ולפי שמרכז גלגל היוצא משתנה בכל עת, בעבור זה גם הגובה מגלגל הוא משתנה ונלז מנגד עינינו אל נקודה אחרת זולתה. והנה בעת המולד לא יהיה שם זה השינוי לפי שהקו היוצא מניצוץ עינינו ועובר על מרכז גלגל ההקפה ומגיע אל נקודת הגובה מגלגל ההקפה הוא הקו עצמו היוצא מהנקודה הנוכחית¹⁴⁸ למרכז גלגל היוצא ועובר על מרכז גלגל ההקפה ומגיע אל נקודת הגובה מגלגל ההקפה, על כן לא יהיה שם זה השינוי. ואולם ביום או יומיים אחרי המולד ישתנו אלה שני הקווים זה מזה ויהיה ביניהם שינוי שהרי כאשר תוציא קו **אחט** והוא ממרכז הארץ ועובר על מרכז גלגל ההקפה, הנה הקו ההוא נופל על נקודת **פ** מגלגל ההקפה ומגיע עד נקודת **ט** מגלגל המזלות. אמנם נקודת **פ** מגלגל ההקפה איננו הגובה האמיתי כיוון שהקו ההוא משתנה מן הקו היוצא מהנקודה הנוכחית [למרכז] גלגל היוצא קו **בחל** שבקו ההוא יגיע אל נקודה אחרת מגלגל המזלות זולת נקודת **ט**, וכל זה לפי שקוטר גלגל ההקפה שהוא הקו היוצא מנקודה הנוכחית למרכז גלגל היוצא הוא נלז מנגד עינינו. ומעתה {בין} תבין אשר לפניך שהנליזה הזאת היא נוטה לפאת מזרח מן הגובה הירח האמצעי מ"מ יהיה השינוי לפאת מערב בערך אלינו כי העיקר מה הוא בבחינת המולד הוא כפי מה שאנחנו רואים בעינינו. על כן יהיה השינוי לפאת מערב מן הגובה האמצעי. על כן יהיה שינוי הנליזה הזאת בנקודה אחרת שהיא נוטה ממרכז גלגל היוצא והוא קו **כצח**{**ב**} והנקודה **ל** הוא מקום הגובה האמיתי ומשם מתחילים למנות מעלות מסלול הירח. וכבר זה מבואר והוא מה שהחוש יכול לתפשו וזהו מה שרצינו לבאר.

כ"ו.

וכל השינויים האלה אשר הזכרנו עד הנה הם ברורים ונכונים כפי מה שמצאו בעלי התכונה ע"י כלים המיוחדים לכך שהם כלי העיון הקולעים אל השערה ולא יחטיאו¹⁴⁹. ואולם מנות השינויים האלה מיוסדים על חכמת חשבון המשולשים, כי התחכמו חכמי התכונה לסדר החשבון בשלושה השינויים הנזכרים ע"פ מה שמצאו שמרחק מרכז היוצא הוא רחוק ממרכז הארץ 20766 חלקים וחצי קוטר גלגל ההקפה הוא 10576 חלקים, מאותם חלקים שחצי קוטר גלגל היוצא נחלק מהם אל 100.000 חלקים. ועפ"ז נוכל למצוא כל

¹⁴⁷ The α going from the earth to the sun should be the bisecting line of the angle $\alpha\alpha\alpha$, this is not exactly the case on the figure.

¹⁴⁸ The point opposite and symetric to the center of the deferent; it is called the prosneusis point.

¹⁴⁹ Jud 20; 16.

הדברים הפרטיים במנות שלושה השינויים האלה ע"פ חכמת המשולשים, גם נוכל למצא בכל זה מרחק הירח מן הארץ בכל עת ותוכן החשבון יתבאר לפנינו בעז"ה.¹⁵⁰

כ"ז.

הלוא עינינו רואות ולא זר¹⁵¹ כי בעת מן העיתים תחשך השמש בצהריים, גם הירח והכוכבים לממשלת הלילה, לפעמים אספו נוגהם וילבשו קדרות,¹⁵² והוא מה שנקרא אצל חז"ל בשם ליקוי באומרם ליקוי השמש או ליקוי הירח. ומצאו בעלי התכונה ע"פ הניסיון כי ליקוי השמש יהיה בעת הקיבוץ האמיתי וליקוי הירח יהיה תמיד בעת מילואו שהוא עת הניגוד. ומפני זה הסכימו כי העילה בליקוי השמש והירח היא כפי מה שיתבאר לפנינו כי כבר העירונו בס' כ"ד שהירח הוא גשם עכור ואין לא אור עצמו אבל הוא מקבל אורו מן השמש כמראה מלוטשת המקבלת אור מן השמש ומשלכת ניצוציה במקום הצל שהוא מקום שאין ניצוצי השמש יכולים להגיע שם בעת ההיא. גם התבאר שם שגלגל השמש הוא למעלה מגלגל הירח, לכן כאשר יהיה הקיבוץ האמיתי בראש תלי או בזנב תלי או קרוב להם, שאז אין הירח נוטה מעל גלגל המזלות לגמרי או השמש והירח מכוונים תחת נקודה אחת מגלגל המזלות והיא נקודת הפגיעה עד שהקו היוצא מניצוצי עינינו ועובר על הירח הוא עובר ג"כ על השמש ומגיע עד נקודת הפגיעה מגלגל המזלות כמו שיתבאר לקמן ס' כ"ח, ע"ש. הנה כפי זה מבואר שהירח יהיה בעת ההיא מסך מבדיל בינינו ובין השמש שלא יוכל להשליך ניצוציו עלינו. הרי לפניך עילה מבוארת וסיבה מוחשה בליקוי השמש. אמנם העילה בליקוי הירח תבין ותדע כי בעת הניגוד שהשמש הוא תחת הארץ והירח למעלה מן הארץ ורחוקים זה מזה ק"פ מעלות והוא בזמן שאחד מהם יהיה בראש תלי והשני בזנב תלי שאז הירח בלתי נוטה מעל גלגל המזלות. וכיוון שהשמש הוא למטה מן הארץ והירח הוא למעלה מן הארץ והארץ היא באמצעותם א"כ היא מפסקת ביניהם עד שניצוצי השמש אינם יכולים להגיע אל הירח. ולפי שאין לירח אור מפאת עצמו והארץ מבדלת בינו ובין השמש עד שלא יתכן שיקבל הירח אורו מן השמש, לכן ישאר הירח בקדרותו וזאת היא סיבת פרטית גם בליקוי הירח. המשל הצורה י"ג, נקודה א היא הארץ והשמש הוא בנקודת ב, והירח הוא בנקודת ג בעת הקיבוץ האמיתי. ולפי שהירח יהיה אז למעלה מן הארץ ולמטה מן השמש, רצוני לומר שהוא במצב האמצעי בינינו ובין השמש. לכן החלק העליון מן הירח הוא המאיר כי הוא מקבל אורו מהשמש והחלק התחתון ממנו ישאר בקדרותו. וכיוון שהירח מפסיק בין השמש ובין האנשים העומדים תחת התנגדות השמש והירח, לכן אין נחוצי השמש יכולים להגיע אליהם כי ניצוציו יפלו על החלק העליון של הירח וקדרות החלק התחתון ממנו משליך צל על האנשים העומדים לנגדו בשוה ואין ניצוצי השמש מגיעים אליהם. וזה ענין ליקוי השמש ואולם כאשר תתנועע הירח למזרח ונעתק מן השמש לפאת מזרח אזי נראה אלינו מאור הירח מעט ואורו מוסיף והולך אלינו מדי יום ביומו עד עת הניגוד, והוא כאשר יהיה הירח בנקודת ד שהוא מרחק ק"פ מעלות מאמצא השמש, אזי יהיה הירח במילואו לפי שהארץ תהיה אז בין השמש והירח. ובעבור שהירח נוטה מגלגל המזלות עד שהשמש יוכל להשליך עליו ניצוציו בדרך שחצי הירח המאיר הוא לנגד עינינו, לכן נראה הירח במילואו. ואולם אם יהיה שם ניגוד אמיתי והוא כאשר יהיה השמש בראש תלי והירח בזנב תלי או בהפך שאז אין הירח נוטה מעל גלגל המזלות (כמו שיתבאר לקמן ס' כ"ח) לכן יהיה ליקוי ירח אם יהיה הירח למעלה מן האופק והשמש תחת האופק, לפי שמרכז הירח ומרכז הארץ ומרכז השמש שלשתם על קו אחד והארץ היא מפסקת בין השמש

¹⁵⁰ According to Ptolemy the distance between the earth to the apogee of the lunar movement is 60^p, the radius of the circle described by the center of the deferent around the earth is 10^p 19' and the radius of the epicycle is 5^p 15'. The radius of the deferent is 60^p - 10^p 19' = 49^p 41'. Thus the lunar excentricity is $e_c = 0.207648$ and the ratio radius of the epicycle/ radius of the deferent is 0.105669. Hanover takes a radius of the deferent of 100000 and adopts an lunar excentricity of 0.20766 and a ratio $r/R = 0.10576$ very close to the former values. It is likely that the values of these parameters were taught in his time and were not personal values adopted by him. See Ajdlar, J. Hilkhut Kiddush ha-Hodesh al-pi ha-Rambam pp. 55-56.

¹⁵¹ Job 19; 27.

¹⁵² According to Isaiah 50; 3.

והירח עד שלא יגיעו ניצוצי השמש אל הירח. ומעת הניגוד והלאה יתחיל הירח להתקרב אל השמש בפאת מזרח ואור הירח מתמעט והולך עד עת המולד שאז לא יהיה אור הירח על הארץ, לפי שחלק המאיר ממנו פונה למעלה אל מול פני השמש. לכן יגיע אורו למטה בעת ההיא. וממה שהתבאר בנקל תוכל להבין העילה מה שלפעמים נראה הירח כמין קשת כזה (ויש לו קרניים וזהו בשלשה וארבעה ימים או בחמישה ימים אחר המולד שאז הרחיק הירח קצת מעל השמש ואז נראה אלינו חלק המאיר ממנו, לא כולו. ולפי שגוף הירח הוא עגול כדורי עד שהחלק המאיר ממנו מצויר בו כמין קשת שיש לו קרניים. ולא יתכן שתהייה הקרניים פונות לצד השמש אבל תמיד הן פונות לרוח שכנגדו כמאמר חז"ל מעולם לא ראה החמה פגימתה של לבנה.¹⁵³ והעילה בזה לפי שהשמש משליך תמיד ניצוציו על הירח על פני כולו של הירח בחציו אשר הוא לצד השמש. אבל כאשר נגלה קצת מן החצי המאיר לנגד עינינו אזי נראה פגימה בערך אלינו, זה מבואר. ובזה מבואר ג"כ מה שאנחנו רואין שפגימת הירח פונה תמיד לפאת מזרח מהשמש בתחילת החודש ובסוף החודש היא פונה תמיד לפאת מערב מהשמש, והיינו לפי שבתחילת החודש יהיה הירח בפאת מזרח מהשמש ובסוף החודש הוא בפאת מערב מהשמש. וכבר התבאר שפגימת הירח לא תהיה לעולם לצד השמש אלא לרוח שכנגדו וגם זה מבואר.

כ"ח.

כבר הסתכלו בעלי תכינה בכלי המבטה והעיון והיו מעיינים היטב בירח פעם אחר פעם {פעם} ומצאו שאפי' בחודש אחד.....בעבור שפעם היה נוטה לצפון השמש ופעם היה נוטה לדרום, ובעבור זה הסכימו לומר כי גלגל הירח היוצא ממרכז הארץ, חציו לצפון וחציו לדרום ושגלגל הנוטה חותך את גלגל המזלות בשתי נקודות הפגיעה הרחוקות זו מזו ק"פ מעלות כעין גלגל המזלות וגלגל משה היום החותכים זה את זה. ודבר זה התבאר להם גם כן במופת חותך והוא שאם נניח שגלגל הירח היוצא ממרכז הארץ יתנועע על שטח גלגל המזלות בשוה יתחייב מזה שבכל חודש וחודש יהיו שני ליקויים, האחד בתחילת החודש והוא לשמש והשני באמצע החודש והוא לירח שהרי בתחילת היו פוגעים זה בזה בגלגל המזלות עצמו ויהיה אז ליקוי השמש, גם בעמצע היו מתנגדים זה לעומת זה בגלגל המזלות ויהיה שם ליקוי הלבנה בהכרח כמו שהתבאר לעיל ס' כ"ז. ואנחנו רואים שאינו כן כי הנה יחוייב מזה חיוב הכרחי שבגלגל הירח היוצא ממרכז הארץ הוא נוטה מעל גלגל המזלות חציו לצפון וחציו לדרום, ובזה נכון מה שלא היה לפעמים שום ליקוי ביושן מן החודשים לא לשמש ולא לירח. והוא לפי שהירח נוטה מעל גלגל המזלות שהשמש יתנועע בשטחו עד שהקו היוצא מניצוץ עינינו ועובר על הירח עד גלגל המזלות איננו פוגע במקום השמש. על כן לא יהיה שם ליקוי השמש, גם לזאת הסיבה בעצמו לא יהיה שם ליקוי הירח באמצע החודש לפי שבירח נוטה מעל גלגל המזלות שהשמש הולך בשטחו עד שאין הארץ מספקת ביניהם לפי שאין שלושם מכוונים על קו אחד. ואולם מה שנמצא ליקוי השמש והירח לעיתים, אין זה אלא כאשר יהיו שניהם באחת הנקודות הפגיעה והוא בהיות שגלגל השמש והירח חותכים זה את זה שאז יהיו שניהם מכוונים תחת גלגל המזלות בשוה כמו שהתבאר לעיל ס' כ"ז. ומעתה אבאר תבנית גלגל הירח היוצא ממרכז הארץ, החותך את גלגל המזלות, שחציו נוטה לצפון וחציו נוטה לדרום עד כי שתי נקודות הפגיעה שבהן חותכין זה את זה קראו התוכנים בשם ראש תלי וזנב תלי כי הנקודה שממנה יתחיל הירח לנטות לצד צפון מגלגל המזלות קראו בשם ראש תלי והנקודה השנית שממנה יתחיל הירח לנטות לצד דרום מגלגל המזלות קראו בשם זנב תלי. וכאשר יהיה הירח במרחק אמצעי בין שתי הנקודות האלה והוא מרחק צ' מעלות מכל אחת מהם, אזי הוא נוטה מעל גלגל המזלות בתכלית מרחקו לצפון או לדרום בכדי ה' מעלה וכאשר יהיה הירח בנקודת הראש או הזנב אזי הוא בלתי נוטה ממנו לגמרי לפי שאז הוא עומד בשטח גלגל המזלות עצמו. ובשאר הנקודות מגלגלו יהיה לו נטייה בפחות ויתר כי כאשר יתחיל הירח להתנועע מנקודת הראש, מיד הוא נוטה מעל גלגל המזלות לפאת צפון ומרחק נטייתו הולכת ומוספת עד צ' מעלה שאז תהיה הנטייה בתכלית המרחק, ומשם והלאה מרחק נטייתו מתמעטת והולכת עד הגיעו אל נקודת הזנב שאז אין לו נטייה לגמרי, ומשם והלאה הוא נוטה לדרום המזלות ונטייתו מתרחבת והולכת עד צ' מעלות ואז תהיה בתכלית המרחק ומשם והלאה הולכת ומתמעטת עד בואו אל נקודת הראש שהוא המקום אשר יצא

¹⁵³ B. Rosh ha-Shanah 23b.

משם. והנטייה הזאת נקראת אצל התוכנים רוחב הירח לפי שהירח נוטה מעל גלגל המזלות לפאת רוחב המדינה לצפון או לדרום. המשל בצורה י"ד עגולת **הבלא** היא עגולת גלגל המזלות ובו מהלך השמש ועגולת **טא** [כנב] היא עגולת גלגל הנוטה ובו מהלך הירח. ונקודת ג היא נקודה מנקודות יושבי הארץ ונקודת ראש תלי היא בנקודת א וכאשר יהיה הירח בנקודה ההיא מתחיל לנטות לפאת צפון מגלגל המזלות. וזנב תלי הוא בנקודת ב וכאשר הירח הנקודה ההיא מתחיל לנטות לפאת דרום מגלגל המזלות וכאשר יהיה השמש בנקודת ד מגלגל המזלות והוא קרוב לראש תלי והירח יהיה אז הנקודת ה מגלגל הנוטה ויהיו שניהם במרחק שווה מנקודת ראש תלי בבחינת הקו היוצא מקוטב גלגל המזלות ועובר על מרכז השמש ועל מרכז הירח, אזי יהיה שם ליקוי השמש אם יהיה הקיבוץ האמיתי במקום ההוא לפי שיושבי הארץ אשר בנקודת ג לא יקבלו אז ניצוצי אור השמש בעבור שהירח הוא מסך מבדיל ביניהם ובין השמש שהרי קו **גהד** היוצא מנקודת יושבי הארץ ועובר על מרכז הירח הוא מגיע אל מרכז השמש והבן זה.

וכן הדין בהיות השמש והירח קרובים לזנב תלי ובמעמד ההוא וזה מבואר ואין צריך לומר שיהיה שם ליקוי השמש כאשר יהיו שניהם (רצוני לומר השמש והירח) בנקודת התלי שאז יהיה ליקוי בכל מדינה ממדינות העולם בלי ספק ששניהם עומדים בנקודה אחת מגלגל המזלות עצמה אשר לא תשתנה בכל המדינות כמשפט טבע נקודה אחת שלא יפול בה השינוי והחילוף וזה מבואר. אבל אם הם רחוקים מנקודת התלי והוא בהיות השמש בנקודת ו מגלגל המזלות ויהיה הירח בגלגל נוטה בנקודת ז אזי לא יהיה [ליקוי] השמש בשום מדינה ממדינות העולם לפי שהירח נוטה אז מעל גלגל המזלות שהשמש הולך בו (רוצה לומר בשטחו) עד שאין הירח מעכב מלהגיע ניצוצי השמש על הארץ בכל מדינה ממדינות העולם אע"פ שיש שם הקיבוץ האמיתי. וכל זה לפי שהקו היוצא מעיני יושבי הארץ ומגיע עד מרכז השמש אינו פוגע בהירח לפי שהוא נוטה מן הקו ההוא, והוא הדין בעת הניגוד בהיות הירח קרוב לראש תלי והוא נקודת ס שאז יהיה השמש קרוב לזנב תלי והוא נקודת ב או בהפך רצוני לומר שיהיה הירח בנקודת נ והשמש בנקודת ס, אזי יהיה ליקוי הירח במדינה ממדינות העולם וכאשר יהיה אחד מהם בראש תלי והשני בזנב תלי אזי יהיה ליקוי הירח בכל מדינות העולם בלא ספק לפי שאז שהארץ מבדלת בין השמש והירח ומשלכת צל על הירח עד שהשמש לא יכול להשליך ניצוציו עליו בעבור שהקו היוצא ממרכז הירח ומגיע אל מרכז השמש הוא פוגע במרכז הארץ המפסקת ביניהם. ואולם בהיותם רחוקים מנקודת התלי, לא יהיה ליקוי הירח בשום מדינה ממדינות העולם בעבור נטיית הירח מעל גלגל המזלות לצפון או לדרומו וזהו מה שרצוננו לבאר. וסדר הליקוים וחשבונם יתבאר בעזה"י בספר אשר יעדתי לחברו.¹⁵⁴

כ"ט.

וכאשר חקרו בעלי התכונה במהלך הירח והסתכלו בו בכלי הבטה ועיון פעם אחר פעם ומצאוהו במזל אחד מן המזלות נוטה לצפון מגלגל המזלות ואחרי הימים או אחרי השנים מצאוהו במזל ההוא בעצמו נוטה לדרום מגלגל המזלות ולא עוד שאפי' בחודש אחד בעצמו לפעמים שהירח בתחילת החודש נוטה לצפון במזל מן המזלות ובאמצע או בסוף החודש נוטה לדרומו במזל ההוא בעצמו. גם התבאר להם בנסיון בעיתים רחוקים שמצאו ליקוי השמש גם ליקוי הירח בכל מזל מן המזלות. גם מצאו נקודת הראש או הזנב בכל מזל מן המזלות. הנה מכל אחד מן הדרכים האלה אשר הזכרנו התבאר להם במופת שנקודת הפגיעה (שהיא ראש תלי או זנב תלי) הוא מתנועת והולכת ממקום למקום עד שבעבור זה יתכן להיות ליקוי מן הליקוים בכל מזל מן המזלות שיהיה וגם זה ברור.

¹⁵⁴ Apparently the same book as that alluded in the introduction to the second part of Luhot ha-Ibbur. However, in this latter book he gives a method of calculation of the eclipses.

ל"ו.

גם התבאר להם לבעלי תכונה כי המקום האורך לכל כוכב מן הכוכבים הוא כאשר תמשוך קו מקוטב גלגל המזלות ועובר על מרכז הכוכב ההוא עצמו ומגיע עד גלגל המזלות בדרך זוית ניצבת. הנה בנקודה ההיא מגלגל המזלות אשר יפול שם הקו ההוא שם הוא מקום האמיתי לכוכב ההוא עצמו ובין מקומו האמיתי בגלגל המזלות [והכוכב עצמו] הוא מרחק הכוכב מגלגל המזלות [הנקרא רוחב הכוכב]. המשל בצורה י"ד יהיה הירח בגלגל הנוטה בנקודת ז' כאשר תמשוך עגולה מנקודה מ' שהוא קוטב גלגל המזלות העובר על נקודות וז' נאמר שמקום הירח האמיתי שהוא בנקודת ז' בגלגל הנוטה, הוא בנקודת ו' מגלגל המזלות וקשת וז' הוא רוחב הירח דרומי.

ל"א.

ומעתה הנני מבאר לך סדר החשבון באיזה דרך תוכל להגיע אל המקומות האמיתיים מן השמש והירח בכל עת שתראה. **וקודם כל דבר** ראוי שיהיה לפניך יסוד אחד אשר תוכל לסמוך עליו בחשבונך, והוא באיזה המעמד והמצב הוא מקום אמצע השמש בעת מן העיתים קרוב לזמנך שמשם תתחיל לחשוב חשבונך לכל עת שתראה למען יקל עליך החשבון שלא תצטרך להטריח כ"כ בחשבונך לחשב בכל פעם מתחילת בריאת העולם. וזהו מה שקרא הרמב"ם ז"ל בשם עיקור.¹⁵⁵ והעיקור או ההתחלה אשר סמכתי עליו כל חשבונותי הוא יום השישי עשרים ותשעה לחודש אלול משנת חמשת אלפים תפ"ה לבריאת העולם והוא ערב ראש השנה משנת תפ"ו.¹⁵⁶ והוא עת שקיעת השמש בירושלים תוב"ב, שהיא אמצע ארץ ישראל ברוחב ל"ב מעלות. והיה אז אמצע השמש בעת ההיא קס"ו מעלה ל"ו חלקים מ"ח שניים מראש מזל [טלה] ומקום גובה השמש היה בעת היא צ"ז מעלה ל"ה חלקים מ"ד שניים ומקום אמצע הירח היה ק"ע מעלה מ"ח חלקים ל"ו שניים ואמצע המסלול היה רס"ט מעלה כ"ח חלקים נ"ד שניים ומקום ראש תלי היה שלושים מעלות כ"ו חלקים. אלה הם העיקרים אשר סמכנו עליהם. **שנית** ראוי שתדע כי מהלך המאורות והגלגלים לדעת הרמב"ם ז"ל הוא זה, מהלך השמש ביום אחד נ"ט חלקים ח' שניים י"ט שלישיים מ"ח רביעיים, מהלך הגובה ביום אחד ט' שלישיים, מהלך אמצע הירח ביום אחד י"ג מעלה י' חלקים ל"ה שניים ושלישי אחד מ"ח רביעיים.¹⁵⁷ **שלישית** כאשר תהיינה הידיעות האלה מוכנים לפניך בנקל תוכל למצוא מהלך האמצעיים האלה לשני המאורות הנזכרים בכל עת שתראה. המשל אם תרצה לדעת מהלך אמצע השמש במאה יום אחר יום העיקר בעת שקיעת השמש תוציא מהלך השמש למאה יום והיא צ"ח מעלות ל"ג חלקים י"ג שניים (ואל תחיש החלקים כמו השלישיים והרביעיים כי לא יזיקו בחשבון בזמן מן הזמנים בשנים מועטות שאחרי העיקר שסמכנו עליו) תוסיפו על העיקר אשר סמכנו עליו שהוא קס"ו מעלה ל"ו חלקים מ"ח שניים, יצא לך רס"ה מעלות י' חלקים מ"א שניים וזה מקומו האמצעי לאחר מאה יום. וכן תעשה בשאר המהלכים האמצעיים.¹⁵⁸ **רביעית**, אחרי אשר הוצאת

¹⁵⁵ The epoch.

¹⁵⁶ The date of his epoch is thus in Tishri 1725. In Sefer Tekhunot ha-Shama'im he adopted his epoch in Nissan 1730 and in Luhot ha-Ibbur he began his calculation at the moment of the creation. The date of the epoch could give us some information about the date of composition. The epoch was Friday, September 7, 1725. The epoch was likely on Thursday 6 September 1725 at sunset or 20m later. From the following passage beginning by **ששית** it appears without any doubt that the epoch was at 6 p.m. mean time.

¹⁵⁷ Hanover deduced the mean movements from Maimonides' values for 10000 days. He assumed that the values for 10000 days were considered with a greater precision than the smaller spans of time. Banett made later the same assumption. However Neugebauer proved that this assumption is incorrect. See Ajdlar, J. Hilkhut Kiddush ha-Hodesh al-pi ha-Rambam, Jerusalem 1996, pp. 228-233.

¹⁵⁸ We find the mean coordinates 100 days after the epoch : $l_0 = 265^\circ 10' 41''$, apogee: $97^\circ 35' 59''$, solar anomaly: $\alpha = 167^\circ 34' 42''$. Hanover calculated then the quota of the anomaly and he found $\beta = 26^\circ 24''$ instead of $26^\circ 31''$ by an accurate calculation. Hanover introduced here, without any explanation, the numbers 2069 and 1931. The exact calculation is based on the ratio $(100000 + 3465 \frac{3}{11}) / (100000 -$

מקום אמצע השמש תוציא ג"כ מקום גובה השמש והוא במשלינו צ"ז מעלות ל"ה חלקים נ"ט שניים, תגרע מקום הגובה ממקום אמצע השמש נשאר קס"ז מעלות ל"ד חלקים מ"ב שניים וזהו הנקרא מסלול השמש והוא מרחק השמש [האמצעי] עצמו ממקום גובה השמש. תוציא מנת מסלול השמש ותאמר כך, כערך 2069 אל 1931 כך ערך נוגע חצי המסלול אל נוגע קשת ההבדל והוא בזה המשל פ"ג מעלה כ' חלקים נ"ז שניים וחצי המסלול הוא פ"ג מעלות מ"ז חלקים כ"א שניים. תגרע זה מזה, נשאר כ"ו חלקים כ"ד שניים וזהו מנת המסלול ולפי שמסלול השמש הוא פחות מ-ק"פ מעלות תגרע המנה ממקום אמצע השמש נשאר רס"ד מעלות מ"ד חלקים י"ז שניים והוא מקום השמש האמיתי לעת ההיא. **חמישית**, לפי שמקום השמש האמיתי הוא בסוף מזל קשת, יתכן שיהיה זה אחר שקיעת החמה האמיתי ע"כ צריך להוציא עוד המגראב ממקום השקיעה בדרך זה,¹⁵⁹ תוציא נטיית השמש ותעריך עליה ותאמר כך, כערך כל הבקע אל בקע מרחק השמש מנקודת הפגיעה הקרוב והוא ראש מאזניים שהוא פ"ד מעלה מ"ד חלקים י"ז שניים כך ערך בקע הנטייה הגדולה שהיא כ"ג מעלה וחצי אל בקע הנטייה שהוא במשלינו כ"ג מעלה כ"ד חלקים. ולפי שמקום השמש במזלות הדרומיים והנטייה גם היא דרומית, תוציא עוד העלייה הישרה ממקום השמש האמיתי,¹⁶⁰ והוא עליית מעלות המשוה העולות באופק הישר אם השמש. ותעריך ותאמר כך, כערך כל הבקע אך נוגע מרחק השמש מנקודת הפגיעה הקרובה כך ערך בקע ס"ו מעלה וחצי שהוא תשלום הנטייה הגדולה אל נוגע קשת א והוא פ"ד מעלה ט"ז חלקים. ולפי שמקום השמש הוא ממאזנים ועד גדי, תחבר לזה ק"פ מעלה, יוצא רס"ד מעלה ט"ז חלקים והוא עליית מעלות המשוה עם השמש באופק הישר. תוציא עוד הבדל העלייה¹⁶¹ שבין אופק הישר ובין אופק אמצע א"י ותעריך ותאמר כך, כערך כל הבקע אל נוגע רוחב והוא ל"ב מעלה, כך ערך נוגע נטיית השמש אל בקע הבדל העלייה המבוקשת והוא ט"ו מעלה מ"א חלקים. ולפי שמקום השמש הוא במזלות הדרומיים, תגרע הבדל הזה מן העלייה הישרה. נשאר רמ"ח מעלה ל"ה חלקים והוא המגראב¹⁶² בשקיעת השמש באופק א"י. תגרע המגראב מאמצע השמש, נשאר ט"ו מעלה ל"ו חלקים בקירוב.¹⁶³ ולפי שהמגראב הוא פחות מאמצע השמש לכן צריך לגרוע מזמן האמצעי כדי שיגיע לזמן האמיתי¹⁶⁴. ותאמר כך, אם ט"ו מעלה כ' חלקים ט"ו שניים יהיו שעה אחת, כמה יהיו ט"ז מעלה ל"ו חלקים, ותמצא שיעלו לשעה אחת ו' חלקים מששים בשעה וזה הזמן צריך לגרוע מאמצע הזמן. ולפי זה מקום אמצע השמש בעת השקיעה האמיתית שהשמש שוקע בא"י (אחר גירעון מהלך השמש בזמן זה) רס"ה מעלה ז' חלקים נ"ח שניים והמקום האמיתי רס"ד מעלה מ"א חלקים ל"ד שניים והוא כ"ד מעלה מ"א חלקים ל"ד שניים במזל קשת. **ששית** הנה בדרך הזה תוציא אמצע הירח ואמצע המסלול ואמצע ראש תלי למאה יום ותחברם על העיקר אשר הודעתך למעלה, רצוני לומר שתוסיפם על העיקר, חוץ ממהלך הראש אשר תגרעהו מן העיקר לפי שמהלכו הוא הפך סדר המזלות ויצא לך מקום אמצע הירח מ"ח מעלה כ"ו חלקים נ"ט שניים ואמצע המסלול קל"ה מעלה נ"ח חלקים מ"ז שניים ומקום ראש תלי (כ"ד) [כ"ה] מעלה ח' חלקים י"ז שניים. ולפי ששקיעת השמש האמיתי היתה קודם השקיעה האמצעית צריך לגרוע שיעור מה שהלך בכדי שעה אחת ו' חלקים¹⁶⁵ ותהיה בידך עת השקיעה האמיתית. ויהיה אמצע הירח מ"ז מעלה חמישים חלקים מ"ה שניים ואמצע המסלול קל"ה מעלה כ"ב חלקים נ"ד שניים ומקום ראש תלי {כ"ד} [כ"ה] מעלה¹⁶⁶ **שביעית**, אם תרצה לדעת מקום הירח האמיתי תגרע מקום אמצע

$3465/11 = 1.071793$. Hanover replaces this fraction by $2069/1931 = 1.071466$, probably for simplifying the calculation without losing significantly the precision. $L = 1 - \beta = 264^\circ 44' 17''$.

¹⁵⁹ Maghrab = $\alpha + \Delta$. $\sin \Delta = \tan \varphi * \tan \delta$ and $\sin \delta = \sin \varepsilon * \sin L$. He finds $\delta = -23^\circ 24'$.

¹⁶⁰ $\tan \alpha = \cos \varepsilon * \tan L$. Hanover gives $\alpha = 264^\circ 16'$.

¹⁶¹ $\sin \Delta = \tan \varphi * \tan \delta$. $\Phi = 32^\circ$ and $\delta = -23^\circ 24'$. $\Delta = -15^\circ 41' = -1h 02m 44s$. Thus sunset is at 4h 57m 16s true time.

¹⁶² Maghrab = $\alpha + \Delta = 264^\circ 16' - 15^\circ 41' = 248^\circ 35'' < \alpha$ sunset is before 6 p.m.

Furthermore $\alpha + \Delta - 1 = -16^\circ 35' 41'' = 66m 22s$. Sunset is at 6 p.m. - 66m 22s = 4h 53m 58s mean time.

¹⁶³ $E = \alpha - 1 = Tm - T = 264^\circ 16' - 265^\circ 10' 41'' = -54' 41'' = -3m 38s$. $Tm = T - 3m 38s$. Sunset is at 4h 57m 16s - 3m 38s = 4h 53m 38s p.m. mean time.

¹⁶⁴ $E = Tm - T$. Therefore $T = Tm - E$, but here $E < 0$ and therefore $T = Tm + 3m 38s$. Therefore the text seems incorrect and should be: ולפי שהמגראב הוא פחות מאמצע השמש לכן צריך לגרוע מזמן האמיתי כדי שיגיע לזמן האמצעי.

¹⁶⁵ Here Hanover calls mean sunset the moment 6 p.m. mean time; it is the mean sunset at the equator.

The true sunset was at 4h 53m 38s p.m. mean time, thus 66m 22s before.

¹⁶⁶ At the time of sunset, at 4h 54m we have the following data :

השמש מאמצע הירח, נשאר קמ"ב מעלה מ"ב חלקים מ"ז שניים והוא מרחק מקום אמצע הירח מאמצע השמש. תכפול זה המרחק ויהיה בידך רפ"ה מעלה כ"ה חלקים ל"ד שניים והוא נקרא אצל הרמב"ם ז"ל מרחק הכפול והוא מרחק מקום אמצע הירח ומקום הגובה מגלגל היוצא.¹⁶⁷ תוציא מנת מרחק הכפול¹⁶⁸ בדרך זה, תעריך ותאמר כך, כערך 100000 והוא חצי קוטר גלגל החוצא אל 20766 והוא מרחק מרכז גלגל היוצא מן הארץ, כך ערך בקע התשלום אל ש"ס מעלות ממרחק הכפול אל בקע קשת א' והוא במשלינו י"א מעלה ל"ד חלקים, תחבר קשת א' אל תשלום מרחק הכפול יצא פ"ו מעלה ח' חלקים והוא קשת ב'. תעריך עוד ותאמר כך, כערך בקע תשלום מרחק הכפול אל בקע ב' כך ערך חצי קוטר גלגל היוצא 100000 אל מרחק מרכז גלגל ההקפה ממרכז הארץ 103504, תחבר מרחק גלגל היוצא ממרכז הארץ שהוא 20766 אל מרחק גלגל ההקפה ממרכז הארץ שהוא 103504, יוצא 124270. גם תגרע זה מזה 82738 וכן תחלק מרחק הכפול לשניים בדרך שיבא מרחק פשוט שהוא ל"ז מעלות (ט') [י"ז] חלקים ותעריך ותאמר כך, כערך החיבור אל הנשאר כך ערך נוגע חצי מרחק הכפול אל נוגע קשת כ"ו מעלמ נ"ב חלקים. תגרעהו מן חצי מרחק הכפול, נשאר י' מעלות כ"ה חלקים וזהו מנת מרחק הכפול.¹⁶⁹ **שמינית**, לפי שמרחק הכפול הוא יותר מ-ק"פ מעלה תגרע מנתו מאמצע המסלול, נשאר קכ"ד מעלה נ"ד חלקים והוא מה שקרא הרמב"ם ז"ל בשם מסלול הנכון.¹⁷⁰ תוציא מנת המסלול הנכון ותחבר חצי קוטר גלגל ההקפה שהוא 10576 אל מרחק מרכז גלגל ההקפה ממרחק הארץ שהוא 103504, יוצא 114080. תגרע זה מזה נשאר 92928, ותעריך ותאמר כך, כערך החיבור אל הנשאר כך ערך נוגע חצי המסלול הנכון אל נוגע קשת נ"ז מעלה כ"ב חלקים. תגרעהו מן חצי המסלול הנכון ויוצא ה' מעלות ב' חלקים והוא מנת המסלול הנכון.¹⁷¹ ולפי שהמסלול הנכון הוא פחות מ-ק"פ מעלה תגרע מנתו מאמצע הירח, נשאר מ"ב מעלה מ"ח חלקים מ"ה שניים והוא מקום הירח האמיתי לעת שקיעת השמש האמיתי.¹⁷²

תשיעית, צריך שתוצא עוד רוחב הירח בדרך זה, תגרע מקום הראש ממקום הירח האמיתי ובמשלינו זה, נשאר י"ז מעלה מ' חלקים י"ט שניים¹⁷³ ותעריך ותאמר כך, כערך כל הבקע אל בקע מרחק הירח מנקודת הראש כך ערך בקע ה' מעלות והוא תכלית רוחב הירח אל בקע רוחב הירח המבוקש והוא מעלה אחת ל"א חלקים.¹⁷⁴ ולפי שמרחק הירח ממקום הראש הוא פחות מ-ק"פ על כן יהיה רוחבו רוחב צפוני כי כאשר הירח

Sun. $l = 265^\circ 7' 58''$. $L = 264^\circ 41' 34''$.

Moon: $l = 47^\circ 50' 45''$. Anomaly $= 135^\circ 22' 54''$. Ascendant node $= 25^\circ 8' 26''$.

¹⁶⁷ Elongation $\eta = l - l_0 = 47^\circ 50' 45'' - 265^\circ 7' 58'' = -217^\circ 17' 13'' = 142^\circ 42' 47''$.

Double elongation $2\eta = 285^\circ 25' 34''$

¹⁶⁸ The quota of the double elongation is the angle **לחפ** or **כחא**. In order to find it we must solve the triangle **אחא**. But for that purpose we need the side **אח**. This makes necessary the resolution of the triangle **באח**. In this triangle we know **בא** = 20766, **בח** = 100000 and angle **באה** = 2η on figure 12 but $360^\circ - 2\eta$ if we draw the same figure for $\eta = 142^\circ$. We know two sides and the angle opposite to one of them; by application of the sine-theorem: $\sin \text{אחב} = \sin(360^\circ - 285^\circ 25' 34'') \cdot 20766 / 100000 = 11.5474 = 11^\circ 32' 51''$. Hanover writes $\alpha = 11^\circ 34'$. We deduce the angle **אבה**, it is $180^\circ - 11^\circ 32' 51'' - 74^\circ 34' 26'' = 93^\circ 52' 43''$. We find then the side **אח**. From the theorem of the sine $\text{אח} = (\sin 93^\circ 52' 43'' / \sin 74^\circ 34' 26'') \cdot 100000 = 103499.6$, to compare with 103504 of Hanover.

¹⁶⁹ We must now solve the triangle **אכח**.

¹⁷⁰ The mean anomaly, angle **להמ** was $135^\circ 22' 54''$, the quota of the double elongation, the angle **פחל** is $10^\circ 24' 15''$, therefore the true anomaly is $124^\circ 58' 39''$. The only way to make sure that we must subtract the quota is to draw the figure and observe that we must subtract the quota when 2η , the double elongation is $> 180^\circ$ Hanover gives $124^\circ 54'$.

¹⁷¹ We must solve the triangle **אהמ**. We know the side **אח** = 103499.6 and the side **המ** = 10576 and the angle **אהמ** = $180^\circ - 124^\circ 58' 39''$ (the true anomaly) = $55^\circ 58' 39''$. Thus angles **האמ** + **חאמ** = $124^\circ 58' 39''$. The theorem of the tangent gives $\tan(\text{האמ} - \text{חאמ}) / 2 = \tan 62^\circ 29' 19.5'' \cdot [(103499.6 - 10576) / (103499.6 + 10576)] = \tan 57^\circ 24' 23''$ to compare with $57^\circ 22'$ for Hanover. The quota of the true anomaly is then $\beta = 62^\circ 29' 19.5'' - 57^\circ 24' 23'' = 5^\circ 04' 56''$.

¹⁷² The true longitude of the moon at the time of sunset is then $47^\circ 50' 45'' - \beta = 42^\circ 45' 49''$ instead of $42^\circ 48' 45''$ that Hanover found.

¹⁷³ $L_\zeta - L_{\text{node}} = 42^\circ 48' 45'' - 25^\circ 8' 26'' = 17^\circ 40' 19''$.

¹⁷⁴ $\sin \beta_\zeta = \sin(\text{argument of latitude}) \cdot \sin 5^\circ$. Generally we consider that the argument of latitude is an arc of the ecliptic and the formula is then $\tan \beta_\zeta = \sin(\text{argument of latitude}) \cdot \tan 5^\circ$. However, the use of the

הולך מנקודת הראש אל הזנב יהיה בנטייה הצפונית ובהיותו הולך מן הזנב אל הראש הוא בנטייה הדרומית. הרי לפניך איך תוכל למצא מקום השמש האמיתי ומקום הירח האמיתי בכל עת שתמצא. ולהשכילך בינה אמשול **משל אחר**, נניח תשעים יום אחר העיקר היה מהלך אמצע השמש פ"ח מעלה מ"ב חלקים שלושים שניים, נוספהו על העיקר יהיה אמצע השמש רנ"ה מעלה י"ט חלקים י"ט שניים ומהלך הגובה בתשעים יום הוא י"ד שניים, נוספהו על מקום הגובה בעת העיקר יוצא צ"ז מעלה ל"ה חלקים נ"ח שניים, תגרע מקום הגובה מאמצע השמש נשאר ק(צ)נ"ז מעלה מ"ג חלקים כ [א] שניים, מסלול השמש.¹⁷⁵ תוציא מנת המסלול והוא מ"ו חלקים כ"ו שניים,¹⁷⁶ ולפי שהמסלול הזה פחות מ-ק"פ, תגרע מנתו מאמצע השמש ונשאר רנ"ד מעלה ל"ב חלקים נ"ב שניים והוא מקום השמש האמיתי לעת אמצע השקיעה.¹⁷⁷ תיקח (המטאלע) [המגראב] ברוחב ל"ב והוא רל"ח מעלה ח' חלקים ב' שניים¹⁷⁸ והוא פחות מאמצע השמש י"ז מעלה י' חלקים כ"ז שניים והוא שיעור שעה אחת ח' חלקים וחצי, מה שהוסיף הזמן האמצעי על הזמן האמיתי. ובעבור זה צריך לגרוע מהלך השמש בזמן הזה ממקום האמצעי וכן ממקום האמיתי ויוצא מקום האמצעי רנ"ה מעלה ט"ז חלקים כ"ט שניים ומקום האמיתי רנ"ד מעלה שלשים חלקים ג' שניים לעת השקיעה האמיתית והוא י"ד מעלה שלושים חלקים ושלשה שניים במזל קשת.¹⁷⁹ תיקח מהלך אמצע הירח לתשעים יום והא כ"ה מעלה נ"ב חלקים ל"ג שניים, נוספהו על העיקר יוצא רע"ו מעלה מ"א חלקים ט' שניים. תגרע מנתו, מנת הימים האמיתיים ממהלך הירח והוא ל"ז חלקים ל"ו שניים,¹⁸⁰ נשאר אמצע הירח לעת השקיעה האמיתית רע"ו מעלה ג' חלקים ל"ג שניים. תגרע אמצע השמש מאמצע הירח נשאר כ' מעלה מ"ז חלקים ד' שניים והוא מרחק הפשוט. תכפול זה המרחק, יוצא מרחק הכפול מ"א מעלה ל"ד חלקים ח' שניים.¹⁸¹ תוציא מנת מרחק הכפול בדרך שהתבאר לעיל בהערה השביעית ויוצא מרחק מרכז גלגל ההקפה ממרכז הארץ 1146¹⁸² ומנת מרחק הכפול ו' מעלות ג' חלקים.¹⁸³ תוציא אמצע המסלול לתשעים יום והוא צ"ה מעלה וחמישים חלקים נ"ד שניים ותוסיפהו על העיקר, יוצא אמצע המסלול לשקיעת אמצע השמש חמש מעלות י"ט חלקים נ"א שניים. תגרע ממנו מנת שינוי יום האמיתי ויהיה ל"ז חלקים י"ח שניים בזה הזמן. תגרעהו מאמצע הירח, נשאר אמצע מסלול הירח לעת השקיעה האמיתית ד' מעלות מ"ב חלקים ל"ג שניים ולפי שמרחק הכפול הוא פחות מ-ק"פ תוסיף מנת מרחק הכפול על אמצע המסלול ויוצא המסלול הנכון והוא בזה המשל עשר מעלות מ"ה חלקים ל"ג שניים.¹⁸⁴ תוציא מנת המסלול הנכון כפי מרחק הארץ ממרכז גלגל ההקפה ותהיה מנתו נ"ה חלקים.¹⁸⁵ ולפי

first formula proves that Hanover considered that the whole theory of the moon's movement happens in the plane of the moon's movement. The argument of latitude is thus an arc of this plane and not of the ecliptic.

¹⁷⁵ Thus 90 days after the epoch, at 6 p.m. mean time: $l_0 = 255^\circ 19' 19''$, $l_{\text{apogee}} = 97^\circ 35' 58''$ and the mean anomaly is $\alpha = 157^\circ 43' 21''$.

¹⁷⁶ With the formula $\tan \beta = e_0 \sin \alpha / (1 + e_0 \cos \alpha)$. I find $\beta = 46' 39''$.

¹⁷⁷ $L_0 = 254^\circ 32' 52''$ at 6 p.m. mean time.

¹⁷⁸ $\sin \delta = \sin \varepsilon * \sin L$ thus $\delta = -22^\circ 36' 09''$. $\tan \alpha = \cos \varepsilon * \tan L$ thus $\alpha = 253^\circ 13' 33''$.

$\sin \Delta = \tan \phi * \tan \delta$, thus $\Delta = -15^\circ 04' 42''$. $\text{Maghrab} = \alpha + \Delta = 238^\circ 8' 51'' < l_0$.

$\alpha + \Delta - l = -17^\circ 10' 28'' = 1\text{h } 8\text{m } 42\text{s}$. (Hanover writes $17^\circ 10' 27''$). Thus sunset was at 4h 51m 18s p.m. mean time.

¹⁷⁹ In the first stage we had calculated the mean solar coordinates at 6 p.m. mean time. Now the sunset is in fact at $\Delta/15$ or 1h 0m 18s before at 4h 59m 42s true time. But $E = T_m - T = \alpha - l = -2^\circ 5' 46'' = -8\text{m } 23\text{s}$. Therefore $T_m = T - 8\text{m } 23\text{s} = 4\text{h } 51\text{m } 19\text{s}$ mean time. We must recalculate the solar coordinates 1h 8m 42s before 6 p.m. mean time.

¹⁸⁰ The movement of the moon during 1h 8m 42s.

¹⁸¹ At sunset we have following data ; sun : $l_0 = 255^\circ 16' 29''$, $L_0 = 254^\circ 30' 03''$.

Moon: $l_c = 276^\circ 03' 33''$, mean anomaly $= 4^\circ 42' 52''$, Elongation $\eta = 20^\circ 47' 04''$ and $2\eta = 41^\circ 34' 08''$.

¹⁸² 1146 is the rounding off of 114582.35 after division by 100.

¹⁸³ In the triangle **אבה**, the side **בה** = 100000, **בא** = 20766 and angle **באה** = $41^\circ 34' 08''$.

Therefore $\sin \text{angle } \text{באה} / 20766 = \sin 41^\circ 34' 08'' / 100000$. Angle **באה** = $7^\circ 55' 11''$ and angle **אבה** = $130^\circ 30' 41''$. Finally side **אה** / $\sin 130^\circ 30' 41'' = 100000 / \sin 41^\circ 30' 08''$. **אה** = 114582.35. Hanover writes 1146.

¹⁸⁴ In the triangle **אהכ**, the side **אה** = 114582.35, **אכ** = 20766 and the angle **כאה** = $180^\circ - 41^\circ 34' 08'' = 138^\circ 25' 52''$. We have then $\tan (41^\circ 34' 08''/2) / \tan[(\text{כ} - \text{ה})/2] = (114582.35 - 20766) / (114582.35 - 20766)$

שמסלול הנכון פחות מ-ק"פ מעלה, תגרע מנתו מאמצע הירח ונשאר מקום הירח האמיתי לעת השקיעה האמיתית רע"ה מעלה ח' חלקים ל"ג שניים ויהיה המקום האמיתי ה' מעלות ח' חלקים ל"ג שניים במזל גדי. תוציא עוד מרחק הירח עצמו ממרחק הארץ ותעריך ותאמר כך, כערך בקע מנת המסלול הנכון אל 106 והוא חצי קוטר גלגל ההקפה כך ערך בקע המסלול הנכון אל מרחק הירח ממרכז הארץ ויהיה במשל הזה 1238 חלקים.¹⁸⁶ תוציא עוד מהלך הראש לתשעים יום והוא ד' מעלות מ"ו(ה) חלקים נ"ז שניים הפך סדר המזלות ובעבור זה תגרע מן העיקר נשאר מקום הראש בעת שקיעת השמש כ"ה מעלה ארבעים חלקים ואל תחוש אל ההבדל שבין יום האמיתי ויום האמצעי כי לא יזיק לפי שמהלך הראש בשעה הוא מעט. תגרע מקום הראש ממקום הירח האמיתי נשאר מסלול הרוחב¹⁸⁷ רמ"ט מעלה כ"ח חלקים ל"ג שניים. תוציא מנת מסלול הרוחב¹⁸⁸ כפי מה שהתבאר לעיל בהערה התשיעית יוצא ארבע[ים] מעלות מ"א חלקים והוא [מסלול] רוחב הירח. ולפי שמסלול הרוחב הוא יותר מ-ק"פ יהיה רוחבו רוחב דרומי.

ל"ב.¹⁸⁹

וליהיות כי כבר מבואר שהירח נוטה תמיד מעל גלגל המזלות ולא יהיה בגלגל המזלות רק בשתי נקודות הפגיעה שהן נקודת ראש תלי וזנבו נמשך מזה שנטייתו ממשוה היום ועלייתו ושקיעת הנקודה ממשוה היום עם הירח אינה שוה למעלות עלייתו ושקיעת משוה היום עם מקומו האמיתי אשר בגלגל המזלות¹⁹⁰ בין באופק ישר בין באופק נוטה. לכן תעריך ותאמר כך, כערך כל הבקע אל נוגע הנטייה הגדולה שהיא כ"ג מעלות וחצי כך ערך בקע קשת שהוא בין מקום הירח האמיתי ובין נקודת השיווי הקרובה אל נוגע קשת א.¹⁹¹ ואם מקום הירח במזלות הדרומיים ורחבו דרומי או במזלות הצפוניים ורחבו צפוני, תגרע רוחב הירח מן צ' מעלה ומן הנשאר תגרע עוד קשת א, נשאר קשת ב.¹⁹² אבל אם מקום הירח במזלות הצפוניים ורחבו דרומי או שמקומו במזלות הדרומיים ורחבו צפוני, תוסיף רוחב הירח על צ' מעלות ומן החיבור תגרע קשת א, נשאר קשת ב.¹⁹³ תצטרך בזה לשלוש הערות, ראשונה תעריך ותאמר כך, כערך בקע תשלום קשת א אל בקע תשלום קשת ב כך ערך בקע ס"ו מעלה וחצי אל בקע הנטייה המבוקשת.¹⁹⁴ והנה בתנאי הראשון תמיד תהיה נטיית הירח

Angle $\kappa = 35^\circ 31' 27''$ and angle $\pi = 6^\circ 02' 41''$. The quota of the double elongation is thus $6^\circ 02' 41''$ and the true anomaly is $4^\circ 42' 52'' + 6^\circ 02' 41'' = 10^\circ 45' 33''$. This is exactly the value of Hanover.

¹⁸⁵ In the triangle $\triangle \text{אחמ}$ the side $\text{אח} = 114582.35$, the side $\text{המ} = 10576$ and the angle $\text{אחמ} = 169^\circ 14' 27''$.

We can write : $\tan[(\text{מ} - \text{א}) / 2] = \tan(10^\circ 45' 33'' / 2) * [(114582.35 - 10576) / (114582.35 + 10576)]$. Angle $\text{מאח} = 0^\circ 54' 18.5''$ and angle $\text{המא} = 9^\circ 51' 14''$. The quota of the true anomaly is $54' 18.5''$. Hanover found $55'$. The true longitude of the sun is $276^\circ 03' 33'' - 54' 18.5'' = 275^\circ 9' 14''$, to compare with $275^\circ 8' 33''$.

¹⁸⁶ Side $\text{אמ} = (\sin 169^\circ 14' 27'' / \sin 9^\circ 51' 14'') * 114582.35 = 124982.40$. Hanover gives a less precise value of 1238.

¹⁸⁷ The argument of latitude.

¹⁸⁸ $\sin \beta_\ell = \sin(\text{argument of latitude}) * \sin 5^\circ$, we get $\beta_\ell (= -4^\circ 40' 55'')$. This allows us correcting the manuscript. If we considered that this argument of latitude is an arc of the ecliptic then we would have $\tan \beta_\ell = \sin(\text{argument of latitude}) * \tan 5^\circ$ and we would have $\beta_\ell (= 4^\circ 41' 03'')$. Similarly the length of the arc of the moon's path would be given by $\tan x = \tan(\text{argument of latitude}) / \cos 5^\circ$ and $x = 249^\circ 32' 51''$. The differences are negligible.

¹⁸⁹ The moon is not in the ecliptic; therefore the determination of its declination δ is problematic; now δ is necessary for the calculation of the setting of the moon. The present chapter will examine the calculation of δ_ℓ .

¹⁹⁰ The point of the ecliptic having the same longitude. We will call this point M'; the arc MM' is perpendicular to the ecliptic.

¹⁹¹ $\tan \alpha = \sin \gamma M' * \tan 23.5^\circ = \sin \lambda_\ell * \tan 23.5^\circ$

¹⁹² $90^\circ - \beta(-\alpha = \beta$

¹⁹³ $90^\circ + \beta(-\alpha = \beta$

¹⁹⁴ $\sin(90^\circ - \alpha) / \sin(90^\circ - \beta) = \cos \alpha / \cos \beta = \sin 66.5^\circ / \sin \delta_\ell$.

ממשה היום אל רוח אשר יהיה שם משה הירח. אבל בתנאי בשני תהיה הנטייה הפך הרוח אשר שם הרוחב. ואולם כאשר יהיה מקום הירח קרוב ל-י"ב מעלות אל נקודת הפגיעה יתכן להיות גם בתנאי השני שתפנה הנטייה אל מקום הרוחב. **שנית**, תעריך עוד ותאמר כך, כערך בקע תשלום הנטייה אל בקע תשלום מרחק הירח מנקודת השיווי הקרובה כך ערך בקע תשלום הרוחב אל בקע קשת ג.¹⁹⁵ ואם מקום הירח הוא מראש טלה עד סוף תאומים תגרע קשת ג מן צ' מעלות ואם מקום הירח מראש סרטן עד סוף בתולה תוסיף קשת ג על צ' מעלות. וכן אם מקום הירח מראש מאזנים עד סוף קשת תגרע קשת ג מן ר"ע מעלות ואם מקום הירח מן ראש גדי עד סוף דגים תוסיף קשת ג (מן) {על} ר"ע מעלות והיוצא מכל אחד ואחד אחרי שגרעת או אחרי אשר שהוספת הוא העלייה או השקיעה להירח באופק ישר.

שלישית, תוציא שקיעת המגראב למקום שקיעת השמש האמיתי בדרך אשר הראית לעיל ס' ל"א בהערה החמישית. ולפי שהשמש הוא על אופק המערבי בא"י תוסיף על שקיעת המגראב צ' מעלה, תוציא העלייה הישרה מ[נקודת] נוכח הראש אשר בעגולת חצי היום,¹⁹⁶ תגרע העלייה הישרה אשר בירח מן העלייה הישרה אשר בעגולת חצי היום וההבדל הזה הוא מרחק הירח באופן חצי היום.¹⁹⁷ ותעריך ותאמר כך, כערך כל הבקע אל נוגע גובה המשה¹⁹⁸ במדינה מן המדינות כך ערך בקע תשלום מרחק הירח באופן חצי היום אל נוגע קשת ד.¹⁹⁹ אם תהיה הנטייה צפונית תגרע הנטייה מן צ' מעלה ואם היא דרומית תוסיף הנטייה אל צ' מעלה והיוצא הוא קשת ה.²⁰⁰ ואם יהיה מרחק הירח באופן חצי היום פחות מ-צ' מעלה תגרע קשת ד מקשת ה, נשאר קשת ו. ותעריך ותאמר כך, כערך בקע תשלום קשת ד אל בקע תשלום קשת ו כך ערך בקע רוחב המדינה אל בקע גובה הירח מן האופק.²⁰¹ ואולם אם מרחק הירח מאופן חצי היום יותר מ-צ' מעלה, תוסיף קשת ד על קשת ה ותעריך ותאמר כך, כערך בקע תשלום קשת ד אל בקע תשלום קשת ו כך ערך בקע רוחב המדינה אל בקע הגובה. וגובה הירח הוא קשת שבין הירח ובין האופק והוא קשת רביע עיגול היוצא מנקודת נוכח הראש ועובר על הירח ומגיע על האופק.

ל"ג.

ומעתה אעריך על שינוי מראה הגובה. המשל בצורה ט"ו, **א** הוא מרכז הארץ **ב** הוא מקום יושבי המדינה על גבנונית הארץ, **ג** הוא נקודת נוכח הראש ממדינת **ב** וקו **האד** הוא האופק האמיתי, **ל** הוא מקום הירח אשר

Thus $\delta = 90^\circ - \beta_\zeta - \text{nehw}$ $\alpha\beta (> 0 \text{ and } \lambda < 180^\circ \text{ or } \beta (< 0 \text{ and } \lambda > 180^\circ)$. $\sin \delta = \cos 23.5^\circ * \cos \beta / \cos \alpha$
But $\cos \beta = \cos (90^\circ - \beta_\zeta - \alpha) = \cos (90^\circ - \beta_\zeta) * \cos \alpha + \sin (90^\circ - \beta_\zeta) * \sin \alpha$.
Now $\cos \beta / \cos \alpha = \cos (90^\circ - \beta_\zeta) + \sin (90^\circ - \beta_\zeta) * \tan \alpha = \sin \beta_\zeta + \cos \beta_\zeta * \tan \alpha$.
Finally $\sin \delta = \cos \epsilon * \cos \beta / \cos \alpha = \cos \epsilon * (\sin \beta_\zeta + \cos \beta_\zeta * \tan \alpha) = \cos \epsilon * \sin \beta_\zeta + \sin \epsilon * \cos \beta_\zeta * \sin \lambda_\zeta$
Which is indeed identical with the formula for transformation from ecliptical into equatorial coordinates :
 $\sin \delta = \sin \beta * \cos \epsilon + \cos \beta * \sin \epsilon * \sin \lambda$. This formula is true in size and sign and exempts us from the discussion of the author.

¹⁹⁵ $\cos \delta / \cos \lambda = \cos \beta / \sin \gamma$ or $\sin (90^\circ - \gamma) * \cos \delta = \cos \beta * \cos \lambda$.

But we know that $\cos \delta * \cos \alpha = \cos \beta * \cos \lambda$ (sine-theorem in the spherical triangle with the following summits : equatorial pole, ecliptical pole and celestial body).

Hence $(90^\circ - \gamma) = \alpha =$ the right ascension.

¹⁹⁶ $\text{Maghrab} + 90^\circ = \alpha + \Delta + 90^\circ = T_s =$ hour angle of $\gamma =$ right ascension of the zenith.

¹⁹⁷ We get $\alpha_\zeta - \alpha_{\text{zenith}}$. This difference is precisely the hour angle of the moon.

¹⁹⁸ $\text{Maghrab} + 90^\circ = \alpha + \Delta + 90^\circ = T_s =$ hour angle of $\gamma =$ right ascension of the zenith.

¹⁹⁹ $\tan \gamma = \cotang \varphi * \cos (\alpha_\zeta - \alpha_{\text{zenith}}) = \cotang \varphi * \cos H_\zeta$.

²⁰⁰ Thus $\gamma = 90^\circ - \delta$ and $\gamma = \delta - \gamma$

²⁰¹ $\cos \gamma / \cos \delta = \sin \varphi / \sin h_\zeta$. Thus $\sin h_\zeta = \sin \varphi * (\cos \gamma / \cos \delta)$.

Now $\cos \gamma = \cos (\delta - \gamma) = \cos \delta * \cos \gamma + \sin \delta * \sin \gamma$.

$\cos \gamma / \cos \delta = \cos \delta + \sin \delta * \tan \gamma$. but $\gamma = 90^\circ - \delta$ and therefore $\cos \gamma / \cos \delta = \sin \delta + \cos \delta * \tan \gamma$.

Thus $\sin h_\zeta = \sin \varphi * (\cos \gamma / \cos \delta) = \sin \varphi * (\sin \delta + \cos \delta * \tan \gamma) = \sin \varphi * (\sin \delta + \cos \delta * \cos H_\zeta / \tan \varphi)$

Hence $\sin h_\zeta = \sin \varphi * \sin \delta + \cos \delta * \cos H_\zeta * \cos \varphi$. This formula is identical to the formula for transformation from equatorial coordinates to the local horizontal coordinates:

$\sin h = \sin \varphi * \sin \delta + \cos \varphi * \cos \delta * \cos H$.

למעלה מן האופק המערבי. תוציא עגולה מנקודה נוכח הראש העוברת על מקום הירח עד האופק והיא עגולת גוזה, וכפי זה יהיה שינוי בין מקום הירח הנראה ובין מקומו האמיתי שהרי כאשר תוציא קו מנקודת א (שהוא מרכז הארץ והוא גם הוא מרכז גלגל המזלות) ועובר על הירח ומגיע בנקודה מגלגל המזלות שם הוא מקום הירח האמיתי בעגולת הגובה. והנה כאשר תוציא קו אלו יהיה מקום הירח האמיתי בנקודת ו וקשת זה שהוא מרחק הירח מן האופק הוא גובה הירח האמיתי, אבל אם תוציא קו מניצוץ עיניך, רצוני לומר מנקודת ב (שהוא מקום אשר אתה עומד עליו בגבנונית הארץ) ועובר על מרכז הירח שהוא נקודת ל ומגיע עד הנקודה מגלגל המזלות שהיא נקודת ז והוא קו בלז, יהיה מרכז הירח בנקודת ז וקשת זה הוא גובה הירח הנראה וקשת זו שהוא הבדל שבין מקומו האמיתי ובין מקומו הנראה הוא הנקרא שינוי מראה הגובה.²⁰² וראוי שתדע כי המקום הירח הנראה בעגולת הגובה, מנקודת הגובה עד האופק תמיד הוא יותר קרוב אל האופק ממקום הירח האמיתי אשר בעגולת הגובה. והדרך אשר תמצא בו מנת שינוי מראה שהוא קשת זו, תחבר מרחק מרכז הירח ממרכז [הארץ] אל חצי קוטר הארץ שהוא 2047 גם תגרע זה מזה, גם [תחבר] הגובה האמיתי אל צ' מעלה והיוצא תחלק לחצאין ותעריך ותאמר כך, כערך החיבור אל החיסור כך ערך נוגע חצי החלק אל נוגע קשת ז²⁰³ והקשת הזה תגרע מחצי החלק והנשאר שינוי מראה הגובה.

ל"ד.

אחרי אשר הודעתך שיש שינוי מראה בעגולת הגובה מבואר שגם באורך וברוחב יהיה שם שינוי מראה בגלגל המזלות בין מקומו האמיתי ובין מקומו הנראה כאשר תראה בחוש בכדור המוגשם. והנה כדי שתמצא מקומו הנראה בגלגל המזלות ראוי שתדע תחילה כמה מעלות הן בקשת האופק שבין אמצע המערב ובין הנקודה מעגולת הגובה שהיא על האופק.²⁰⁴ ותעריך ותאמר כך, כערך בקע תשלום (רוחב)[גובה] הירח אל בקע מרחק הירח מן אופן חצי היום הידוע כך ערך בקע קשת ה אל בקע תשלום רוחב שקיעת הירח מאמצע המערב לדרום.²⁰⁵ ועל דרך זה תמצא רוחב שקיעת החמה מאמצע המערב ותעריך ותאמר כך, כערך בקע תשלום רוחב המדינה אל בקע מרחק מקום החמה מנקודת השוויון הקרובה כך ערך בקע הנטייה הגדולה אל בקע רוחב שקיעת החמה.²⁰⁶ והנה כאשר יהיה השמש במזלות הצפוניים יהיה גם רוחב השקיעה מאמצע

²⁰² The parallax in altitude. We consider the true moon in $\mathfrak{y}$ with the altitude h and the zenithal distance z ; and the apparent moon in $\mathfrak{z}$ with the altitude h' and the zenithal distance z' . The parallax is $p' = z' - z = h - h'$. We can write: $\sin p' = (\rho / R) * \sin z'$, with ρ = radius of the earth and R the distance moon – earth. When the celestial body is at the horizon then we have $z' = 90^\circ$ and $\sin p = \rho / R$.

²⁰³ We can write according to the tangent- theorem :

$$R + \rho / R - \rho = [\tan (180^\circ - z' + p') / 2] / [\tan (180^\circ - z' - p) / 2']$$

$$R + \rho / R - \rho = [\tan (90^\circ + h) / 2] / [\tan (90^\circ + h - 2p') / 2]$$

Hanover writes

$$R + \rho / R - \rho = [\tan (90^\circ + h) / 2] / \mathfrak{z} \text{ and } \mathfrak{z} = (90^\circ + h - 2p') / 2.$$

Therefore $[(90^\circ + h) / 2] - \mathfrak{z} = p'$

²⁰⁴ Hanover wants to find $w = 90^\circ - Az$, the distance between the the point W, the middle of the west and the foot of the quarter of the circle of altitude passing through the moon on the western horizon.

²⁰⁵ $\cos w = \sin \mathfrak{h} * \sin H_c / \cos h_c = \cos \delta * \sin H_c / \cos h_c$. The context proves that we must replace רוחב by גובה .

Now by the sine-theorem in the parallactic triangle we have the relation: $\sin z * \sin Az = \cos \delta * \cos H$, hence $\cos w = \sin Az = \cos \delta * \cos H / \cos h$. The formula of Hanover is thus identical to the former formula if we correct the text and replace the latitude by the altitude. It gives w or Az of the foot of the arc of altitude passing through the moon at the moment of sunset. This is clearly defined by the text: However the following text is incorrect: תשלום רוחב שקיעת הירח מאמצע המערב לדרום:

²⁰⁶ The distance w_0 between the middle of the west and the point of setting of the sun.

Hanover writes $\sin w_0 = \sin \varepsilon * \sin L_0 / \cos \varphi$. This formula has been demonstrated in note59; indeed $\sin L_0 = \sin \varepsilon * \sin L_0$ because the sun is on the ecliptic.

המערב לפאת צפון וכאשר יהיה במזלות הדרומיים, הנה גם רוחב השקיעה יהיה מאמצע המערב לפאת דרום. תחבר רוחב שקיעת החמה ורוחב שקיעת הירח²⁰⁷ יחד כאשר יהיה רוחב שניהם בשני צדדים ר"ל כאשר יהיה הרוחב האחד לפאת צפון והרוחב השני לפאת דרום, ותגרע זה מזה כאשר יהיה רוחב שניהם בצד אחד. והיוצא נקרא הבדל רוחב השקיעה.²⁰⁸ ותעריך ותאמר כך, כערך בקע מרחק מקום השמש מנקודת השיווי הקרובה אל בקע תשלום רוחב המדינה כך ערך בקע המרחק שבין נקודת המשווה אשר על האופק או (המטאלע) [המגראב]²⁰⁹ ובין נקודת השיווי הקרובה אל בקע הזווית ההווה מעגולת האופק ומגלגל המזלות.²¹⁰ וכן תעריך ותאמר, כערך כל הבקע אל בקע תשלום הבדל רוחב השקיעה כך ערך [בקע] הזווית מאופק ומגלגל המזלות אל בקע תשלום הזווית ההווה מעגולת הגובה ומגלגל המזלות.²¹¹ ותעריך עוד ותאמר כך, כערך כל הבקע אל בקע הזווית ההווה מעגולת הגובה ומגלגל המזלות כך ערך בקע שינוי מראה הגובה אל בקע שינוי מראה הרוחב.²¹² ותגרע שינוי מראה הרוחב מן הרוחב האמיתי אם יהיה רוחב צפוני ותוסיף שינוי מראה הרוחב על הרוחב האמיתי אם רחבו דרומי והיוצא הוא רוחב הירח הנראה.²¹³ ותעריך עוד ותאמר כך, כערך כל הבקע אל תשלום הזווית ההווה מעגולת הגובה ומגלגל המזלות כך ערך נוגע שינוי מראה הגובה אל נוגע שינוי מראה האורך.²¹⁴ ושינוי מראה האורך בעת השקיעה הוא לעולם לגרוע ממקום הירח האמיתי, וישאר המקום הנראה.²¹⁵

והעילה בפרטים האלה למה פעם גורעין ופעם מוסיפין היא העילה בעצמה מה שהוא השינוי מראה הגובה והוא לפי שהעין הרואה מגבוננית הארץ הוא הרואה את הכוכבים יותר נמוך ממה שהוא אילו הייתה רואה אותו ממרכז הארץ כפי מקומו האמיתי. ובעבור זה [אם] יהיה רוחב הירח צפוני שאז יהיה רוחב הירח כפי מקומו הנראה פחות ממה שהוא במקומו האמיתי בגלגל המזלות. על כן צריך לגרוע שינוי מראה הרוחב מן הרוחב האמיתי. וכן אם יהיה רוחב הירח דרומי צריך להוסיף שינוי מראה הרוחב על הרוחב האמיתי לפי שנראה נמוך אל האופק ובעבור זה יהיה [רוחב] הירח יותר גדול (מ) [ב]גלגל המזלות ממה שהוא כפי מקומו האמיתי בגלגל המזלות, והדברים הם מבוארים יותר אל החוש בכדור המוגשם וזה פשוט ולית דין צריך בשש.²¹⁶ וזאת היא העילה בעצמה בשינוי מראה האורך בגלגל המזלות לפי שהירח נראה תמיד יותר קרוב אל האופק ממה שהוא באמת כפי הקו היוצא ממרכז הארץ לכן גורעין שינוי מראה האורך בהיות הירח מאופן חצי היום לפאת מערב. ואולם בהיות הירח מאופן חצי היום לפאת מזרח מוסיפין שינוי מראה האורך לפי שסדר המזלות הוא ממערב למזרח והירח נראה אז יותר קרוב לאופק המזרחי ממה שהוא באמת, על כן ראוי להוסיף שינוי המראה על מקומו האמיתי וזה ברור.

²⁰⁷ See above; it is w_ζ or A_ζ at the moment of sunset.

²⁰⁸ It is $Az_\zeta - Az_0$.

²⁰⁹ $Maghrab = \alpha + \Delta$.

²¹⁰ Thus $\sin L_0 / \sin(90^\circ - \varphi) = \sin(\alpha + \Delta) / \sin I$ where I is the angle ecliptic – horizon at the moment of sunset. This is the sine-formula, at sunset, in the spherical triangle equator- ecliptic and western horizon. Its sides are $\alpha + \Delta$, λ_0 and w ; its angles are I , $90^\circ - \varphi$ and ε . I is given by: $\sin I = \cos \varphi * \sin(\alpha + \Delta) / \sin \lambda_0$.

²¹¹ $\cos J = \sin I * \cos(w_\zeta - w_0)$. J is, at sunset, the angle ecliptic – vertical between the ecliptic and the vertical passing through the moon at this moment. It is a formula in the rectangular spherical triangle equator- ecliptic and vertical passing through the moon at the moment of sunset.

$\sin I = \cos \varphi * \sin(\alpha + \Delta) / \sin \lambda_0$

²¹² $\sin \Delta\beta_\zeta = \sin p' * \sin A$. $\Delta\beta_\zeta$ is the parallax in latitude. This formula is exact if we assume that the apparent moon M' is on the ecliptic. We consider then the spherical rectangular triangle: vertical passing through the moon M and M' , the ecliptic and the great circle of latitude passing through M . Because the latitude of the moon is never greater than 5° and never below -5° , the formula must give correct results.

²¹³ $\Delta\beta_\zeta = \beta_\zeta - \beta'_\zeta$. Thus $\beta'_\zeta = \beta_\zeta - \Delta\beta_\zeta$.

²¹⁴ $\text{Tang}(\lambda_\zeta - \lambda'_\zeta) = \text{tang } \Delta\lambda_\zeta = \text{tang } p' * \cos A$. This formula is exact if we assume that the apparent moon M' is on the ecliptic. We consider then again the spherical rectangular triangle: vertical passing through the moon M and M' , the ecliptic and the great circle of latitude passing through M . Because the latitude of the moon is never greater than 5° and never below -5° , the formula must give correct results.

²¹⁵ $\Delta\lambda_\zeta = \lambda_\zeta - \lambda'_\zeta$. Thus $\lambda'_\zeta = \lambda_\zeta - \Delta\lambda_\zeta$.

²¹⁶ B. Berakhot 40a.

ל"ה.

וכן הדין בשינוי מראה מהעלייה הישרה והנטייה כי כל השינויים ההם יתהוו [מפני] שינוי מראה הגובה והדרך להגיע אל תכונת שינוי מראה הנטייה והעלייה הוא, תעריך ותאמר כך, כערך כל הבקע אל בקע תשלום רוחב שקיעת הירח²¹⁷ כך ערך בקע תשלום רוחב המדינה אל בקע תשלום הזווית ההווה מעגולת הגובה וממשה היום²¹⁸ ותעריך עוד ותאמר כך כערך כל הבקע אל בקע שינוי מראה הגובה כך ערך בקע הזווית ההווה מעגולת הגובה וממשה היום אל בקע שינוי מראה הנטייה²¹⁹ ובנטייה יהיה הדין כמו שהוא ברוחב הירח, רצוני לומר אם תהיה הנטייה צפונית תגרע ממנה שינוי המראה ואם היא דרומית תוסיף עליה שינוי המראה. עוד תעריך ותאמר כך, כערך כל הבקע אל בקע תשלום הזווית ההווה מעגולת הגובה וממשה היום כך ערך נוגע שינוי מראה הגובה אל נוגע שינוי מראה העלייה הישרה.²²⁰ והשינוי מראה הזה הוא לעולם לגרוע מן העלייה הישרה האמיתית בעבור היותו בחלק המערבי מאופן חצי היום והעילה כבר היא מבוארת לעיל ס' ל"ד.

ל"ו.

גם תוכל למצא המגראב מהירח והוא כאשר יהיה הירח עצמו על האופק המערבי עם איזו נקודה מנקודות משה היום שהיא גם היא בעת ההיא באופק המערבי,²²¹ כי תעריך ותאמר כך, כערך כל הבקע אל נוגע רוחב המדינה כך נוגע הנטייה הנראה אל בקע קשת ז.²²² וכאשר תהיה הנטייה הנראה צפונית תוסיף קשת ז (מן ה) [ל]עלייה הישרה הנראה והיוצא משניהם הוא המגראב או השקיעה העקומה מהירח. וההבדל שבין מגראב השמש ובין מגראב הירח זה הוא מה שקרא הרמב"ם ז"ל בשם קשת הראייה והוא כמה מהזמן הוא בין שקיעת השמש לשקיעת הירח עצמו.²²³

ל"ז.

²¹⁷ As already mentioned above it concerns the distance w_ζ on the western horizon between the west point W and the foot of the vertical passing through the moon at sunset, with $w_\zeta = Az_\zeta - 90^\circ$. It does not concern the azimuth of the setting of the moon.

²¹⁸ $1 / \cos w_\zeta = \cos J / \cos K$; in the rectangular spherical triangle, considered at sunset, equator, western horizon and vertical passing through the moon. K is the angle between the vertical and the equator.

²¹⁹ $1 / \sin p' = \sin K / \sin (\delta'_\zeta - \delta_\zeta)$ or $\sin \Delta\delta_\zeta = \sin p' * \sin K$.

²²⁰ $1 / \cos K = \tan p' / \tan (\alpha'_\zeta - \alpha_\zeta)$ or $\tan \Delta\alpha = \tan p' * \cos K$. Both formulas are rigorous if we consider them in the spherical rectangular triangle: vertical passing through the moon as defined precendently at sunset, the equator and the circle of declination. In other words we suddenly make the audacious assumption that the apparent moon M' is on the equator. The truth is that the declination of the moon can reach about $+28^\circ$ when it is northern and -28° when it is southern and therefore these formulas are much more unprecise than the former formulas given for the parallax in longitude and latitude.

²²¹ Here we consider that the moon is at the horizon. From the text we can deduce that this was not the case in the former chapters.

²²² $1 / \tan \varphi = \tan \delta_\zeta / \sin \tau$. Or $\sin \tau = \tan \varphi * \tan \delta_\zeta$. Thus $\tau = \Delta_\zeta$. We can write Maghrab moon = $\alpha_\zeta + \Delta_\zeta$ and Maghrab sun = $\alpha_0 + \Delta_0$.

²²³ Maghrab moon – Maghrab sun = Maimonides' arc of vision. If we add 90° to each of the preceding arcs we have $Ts_0 - Ts_\zeta$. It represents an approached value of the moonset lag because the coordinates of the moon were blocked at sunset and did not take into account their evolution during the span of time between sunset and moonset.

ולתבוננו אם אפשר שיראה הירח או לא יראה הירח, תוציא מרחק הירח מן המקום אשר אתה עומד עליו בגבנונית הארץ בזה הדרך כי תעריך ותאמר כך, כערך בקע תשלום הגובה הנראה אל בקע תשלום הגובה האמיתי כך ערך מרחק מרכז הירח ממרכז הארץ אל מרחק מרכז הירח מן העין הרואה מעל גבנונית הארץ.²²⁴ ותעריך עוד ותאמר כך כערך בקע מנת מסלול השמש אל 9730 כך ערך בקע מסלול השמש אל מרחק השמש [ממרכז] הארץ.²²⁵ ואל תחוש לשינוי מראה השמש מפני גודל המרחק. ותוציא עוד חלק הירח המאיר על הארץ בדרך זה, כי תחבר מרחק השמש מן הארץ אל מרחק מעין הרואה ותגרע זה מזה, גם תגרע הגובה מן ק"פ מעלה והנשאר תחלק לחצאין ותעריך ותאמר כך, כערך החיבור אל החיסור כך ערך חצי הנוגע אל נוגע קשת ח.²²⁶ תחבר קשת ח אל חצי הנשאר והיוצא הוא קשת ט. תגרע קשת ט מן ק"פ מעלה והנשאר הוא החלק המאיר לארץ.²²⁷ ואם הנשאר הוא ה' מעלות נראה הירח ואם הנשאר פחות מזה אי אפשר שיראה הירח והעילה בזה לפי שאם הנשאר הוא חלק קטן מהירח ככובב אחד הגדול שבכוכבים ודאי נראה ואם הוא פחות מזה אי אפשר לראותו.²²⁸

ל"ח.

וכל הדברים האלה אשר דברנו בעניין ראיית הירח וחשבונות הירח כולם יתבארו באר היטב במופתים מושכלים [בספר] אשר יעדתי לחברו ואין כאן מקומו. מעתה נניח משל אחד²²⁹ ממנו יראה הרואה סדר החשבון וכן יעשה והוא מיוסד על יום ה' שני ימים לחודש טבת שנת חמשת אלפים וארבע מאות ושמונים

²²⁴ $\sin(90^\circ - h') / \sin(90^\circ - h) = R / r$ where R is the distance of the center of the moon to the center of the earth and r is the distance of the center of the moon to the observer. This formula is the application of the sine-formula in the triangle **לאב** of צורה ט"ו.

²²⁵ $\sin \beta / 9730 = \sin \alpha / d_s$; here d_s is the distance between the center of the sun and the center of the earth, α is the sun's anomaly: $l_0 - l_{\text{apogee}}$ and β is the quota of the anomaly. This formula is the application of the sine-formula in the triangle **האב** of צורה ה'. Hanover fixes the distance **אב** to 9730 and d_s is the distance **בה**. It must be noted that in the model of the ancients (Ptolemy, al-Battani) the model is defined in relative value but the distance **אב** is not given in absolute value.

²²⁶ $d_s + R / d_s - R = \tan(90^\circ - h'/2) / \tan \pi$; $\pi = 90^\circ - h'/2 + \eta$.

In order to understand this formula, we refer to צורה י"ח and to Smart, Textbook on Spherical Astronomy, § 98: The phases of the planets and the moon. In modern astronomy we refer to the plane passing through the center of the earth, moon and sun, thus the plane of צורה י"ח. We don't take into consideration the points ב and ג but only the center and of the bodies ט and א. The lightened part of the moon is the angle ודה, it is equal to E, the geocentric elongation sun-moon. $E = 180^\circ - d$ where d is the angle between דא and דט, it is the selenocentric (as seen from the center of the moon) elongation of the earth from the sun. Hanover considers that we should take into consideration the difference between ב and א.

The formula above is the application of the tangent-formula in triangle אדג or, it is the same, triangle אדט. The sum of the angles ד + ג is equal to $d = 180^\circ - E$; Hanover writes that it is $180^\circ - h'$ and therefore the half is $90^\circ - h'/2$. Angle π is then $\frac{1}{2}(\delta - \lambda)$ and τ is $\frac{1}{2}(\delta - \lambda) + 90^\circ - h'/2 = \frac{1}{2}(\delta - \lambda) + \frac{1}{2}(\delta + \lambda) = d = \tau$. This artifice avoids to making use of the very little angle דגא.

Thus $180^\circ - \tau = E$ is the lightened part of the moon. It seems that there is a mistake in this reasoning: the plane of צורה י"ח is the plane passing through the centers of the three bodies; it is not the plane of צורה ט"ו, which is a vertical plane passing through the moon and the northern pole. In other words the formula 226 is incorrect: despite the fact that the sun is setting at the horizon h (or h') is not the elongation sun-moon, we must also take the difference in azimuth into consideration to measure the elongation sun-moon. For the exact formula see Meeus, J; Astronomical algorithms, chapter 46 formula 46.3.

²²⁷ The angle of the enlightened part of the moon as seen from the earth is $180^\circ - \tau$.

²²⁸ In fact the problem is much more intricate and the visibility of the moon crescent cannot be compared with the sighting of an isolated star. Danjon proved that it is impossible to see the new crescent when the elongation sun-moon is less than about 7° : see Danjon, A; Astronomie Générale, Paris 1986, p. 348

²²⁹ This example is the following of the second example משל אחד examined in chapter 31.

וששה לבריאת עולם שהוא תשעים יום אחרי יום העיקור אשר סמכנו עליו שהוא מיוסד על עת שקיעת החמה האמיתית והיה מקום אמצע השמש רנ"ה מעלה ט"ז חלקים כ"ט שניים ומסלול השמש היה קנ"ז מעלה מ' חלקים ל"א שניים. והיה מקום השמש האמיתי רנ"ד מעלה שלשים חלקים ושלשה שניים והיא י"ד מעלה שלשים חלקים ג' שניים במזל קשת. והיה מקום אמצע הירח בעת ההיא רע"ו מעלה ג' חלקים ל"ג שניים ואמצע מסלול הירח היה ד' מעלות מ"ב חלקים ל"ג שניים ומרחק הכפול היה מ"א מעלה ח' חלקים ח' שניים ומנת מרחק הכפול שש מעלות ג' חלקים להוסיף ויצא המסלול הנכון עשר מעלות מ"ה חלקים ל"ג שניים ומנת מסלול נ"ה חלקים לגרוע ויהיה מקום הירח האמיתי רע"ה מעלה ח' חלקים ל"ג שניים והוא חמש מעלות ח' חלקים ל"ג שניים במזל גדי. ומרחק (ממרחק) [ממרכז] הארץ יהיה 1238 חלקים.²³⁰ ויהיה רוחב הירח לפאת דרום ד' מעלות מ"א חלקים²³¹ ובעבור זה תהיה הנטייה הדרומית כ"ח מעלה וחמשה חלקים²³² ותהיה העלייה הישרה רע"ה מעלה מ"ט חלקים²³³ והמגראב (ר"ל שקיעת החמה) הוא רל"ח מעלה ח' חלקים מ"ב שניים.²³⁴ והיה מקום גובה הירח האמיתי י"ב מעלה וחלק אחד²³⁵ ורוחב שקיעת הירח מ"ד מעלה כ"ז חלקים ושלשים שניים לפאת דרום²³⁶ ורוחב שקיעת החמה גם הוא לפאת דרום כ"ו מעלה נ"ו חלקים שלשים שניים.²³⁷

והבדל רוחב השקיעה י"ז מעלה ל"א חלקים,²³⁸ ושינוי מראה גובה הירח א' מעלה²³⁹ ויהיה א"כ הגובה הנראה י"א מעלה וחמשה חלקים, ויהיה שינוי מראה האורך ל"ט חלקים נ"ה שניים לגרוע ושינוי מראה הרוחב ל"ט חלקים נ"ד שניים להוסיף,²⁴⁰ ושינוי מראה נטיית הירח מ"ד חלקים ל"ה שניים להוסיף, ושינוי מראה העלייה הישרה ל"ג חלקים נ"ד שניים לגרוע.²⁴¹ ובעבור זה יהיה הבדל העלייה עשרים מעלה ושבעה חלקים והעלייה הישרה הנראה תהיה (אחרי שגרעת שינוי המראה) רע"ה מעלה ט"ו חלקים וששה שניים. תגרע הבדל העלייה מן העלייה הישרה הנראה ותצא השקיעה העקומה מהירח רנ"ה מעלה ושמונה חלקים וההבדל שבין השמש

²³⁰ All the preceding data were already found in chapter 31, second example. As a reminder, at the time of the true sunset: for the sun: $l_0 = 255^\circ 16' 29''$; anomaly: $157^\circ 40' 31''$; $L_0 = 254^\circ 30' 03''$. For the moon: $l_c = 276^\circ 03' 33''$; mean anomaly = $4^\circ 42' 33''$; double elongation = $41^\circ 34' 08''$; quota of the double anomaly: $+6^\circ 6'$; true anomaly: $10^\circ 45' 33''$; quota of the true anomaly: -55° . $L (= 275^\circ 8' 33'')$. Distance earth-moon = 1238.

²³¹ This was established at the end of chapter 31: $\beta (= -4^\circ 41')$

²³² We have proved that the formulas of Hanover are exact and equivalent to our transformation formulas. We find thus that $\delta_c = -28^\circ 05' 21''$. Hanover gives $\delta_c = -28^\circ 05'$.

²³³ We find for α_c : $275^\circ 48' 40''$ which Hanover rounded off to $275^\circ 49'$.

²³⁴ $\text{Tang } \alpha_0 = \text{tang } L_0 * \cos \varepsilon$ and $\sin \Delta = \text{tang } \varphi * \text{tang } \delta_0$. With $\sin = \sin \varepsilon * \sin L_0$. We find $\alpha_0 = 253^\circ 10' 31''$, $\delta_0 = -22^\circ 35' 49''$; $\Delta = -15^\circ 04' 27''$ and $\alpha + \Delta = 238^\circ 06' 03''$.

²³⁵ $\sin h = \sin \delta * \sin \varphi + \cos \delta * \cos \varphi * \cos H$. H is the hour angle of the moon at the moment of sunset. $H = \alpha_{\text{zenith}} - \alpha_{\text{moon}} = (\text{maghrab} + 90^\circ) - \alpha_{\text{moon}} = 328^\circ 06' 03'' - 275^\circ 48' 40'' = 52^\circ 17' 23''$.

Further $\delta (= -28^\circ 11' 45'')$ and $\varphi = 32^\circ$ therefore $h = +11^\circ 56' 04''$. Hanover gives $12^\circ 01'$.

²³⁶ We speak about the distance from the middle of the west to the vertical passing through the moon at the moment of sunset. We have seen that $\cos w_{\text{moon}} = \cos \delta_c * \sin H_c / \cos h_c$. $h = 11^\circ 56' 04''$, $H = 52^\circ 17' 23''$ and $\delta = -28^\circ 11' 45''$. We find $w_{\text{moon}} = 44^\circ 32' 59''$ in the southern direction.

²³⁷ $\sin w = \sin \varepsilon * \sin L_0 / \cos \varphi$: $w_0 = -26^\circ 56' 33''$.

²³⁸ The difference of azimuth between the setting sun and the moon at this moment: $44^\circ 32' 59'' - 26^\circ 56' 33'' = 17^\circ 36' 26''$

²³⁹ $\sin p' = (p / R) * \cos h$. $p = 20.47$ (see chapter 33) and $R = 1238$ (see chapter 31, second example) and $h = 11^\circ 56' 04''$. We find $p' = 55' 37''$. $h' = h - p' = 11^\circ 27''$. The indication of Hanover is rough; we will see in note 245 that his parallax in altitude is in fact $57'$ very close to the former value.

²⁴⁰ First stage; calculation of the angle I between the ecliptic and the horizon at sunset.

$\sin I = \cos \varphi * \sin (\alpha + \Delta) / \sin L_0$. We find $I = 48^\circ 20' 37''$

Second stage: angle J between the vertical of the moon and the ecliptic. $\cos J = \sin I \cos (w_s - w_l) = \sin 48^\circ 20' 37'' * \cos 17^\circ 36' 26''$. $J = 44^\circ 35' 25''$.

Third stage: $\sin \Delta \beta = \sin J * \sin p'$; Hence $\Delta \beta = 39' 03''$

$\text{Tang } \Delta \lambda = \text{tang } p' * \cos J$. Hence $\Delta \lambda = 39' 37''$. We ascertain that $(39' 03'')^2 + (39' 37'')^2 = (55' 37'')^2$. Hanover gives $\Delta \beta = 39' 55''$ and $\Delta \lambda = 39' 11''$ and $(39' 55'')^2 + (39' 11'')^2 = 55' 56''^2$ different from $60'$.

²⁴¹ Calculation of angle K. $\cos K = \cos \varphi * \cos w_{\text{moon}} = \cos 32 * \cos 44^\circ 32' 59''$ hence $K = 52^\circ 49' 03''$; $\sin \Delta \delta_c = \sin K * \sin p'$, we get $\Delta \delta_c = 44' 19''$ and $\text{tang } \Delta \alpha_c = \cos K * \text{tang } p'$, hence $\Delta \alpha_c = 33' 37''$.

והירח יהיה י"ז מעלה וחלק אחד והוא קשת הראייה.²⁴² תוציא עוד מרחק הירח מן העין הנמצאת באמצע א"י²⁴³ ומרחק השמש ממרכז הארץ 273633,²⁴⁴ תגרע הגובה הנראה מן ק"פ מעלות והנשאר תחלק לחצאין ויהיה החצי פ"ד מעלה כ"ח חלקים, תחברם יחד יוצא קס"ח מעלה נ"ג חלקים, תגרע אותו מן ק"פ מעלה, נשאר י"א מעלה ז' חלקים והוא חלק הירח המאיר לארץ²⁴⁵ ולפי שהוא יותר מחמש מעלות א"כ ודאי ראה הירח בכל ארץ ישראל. ואתה המאין תבין ותראה כי כל סדר החשבון הזה נכון [מאוד] ע"פ מופת התכונה בראיית הירח בדרך שהאיצטגנין מחשבין בו והוא חשבון מדוקדק קולע אל השערה ולא יחטיא.²⁴⁶ וכדי שתוכל לצייר בדמיון שינוי מראה האורך והרוחב מהנטייה והעלייה הישרה התבונן היטב בצורה י"ו כי שם תמצא משל הדומה אל הנמשל כי הנה עגולת **בדה** היא עגולת חצי היום העוברת על קוטב המזלות שהוא בנקודת **ה** ועל נוכח ראש המדינה ההיא שהיא בנקודת **ד** ועגולת **באג** היא עגולת אופק המערבי בא"י ונקודת **ב** {בדרום} ונקודת **ג** בצפון ועגולת **ואז** היא עגולת משוה היום ועגולת **העצפ** היא גלגל המזלות ונקודת **צ** ראש מאזנים ונקודת **ע** מקום השמש האמיתי והוא באופק השקיעה ומקומו במזל ק[שת]²⁴⁷ והירח למעלה מן האופק בנקודת **כ** לדרום המזלות. תוציא רביע העגול **הט** מקוטב גלגל המזלות שהוא בנקודה **ה** העובר על גוף הירח ועל גלגל המזלות בדרך זוויית ניצבת ותהיה נקודת **ט** מקום הירח האמיתי בגלגל המזלות והוא חמש מעלות במזל גדי וקשת **כט** הוא רוחב הירח לפאת דרום. תוציא עוד רביע עגול **זכס** מקוטב האופק שהוא בנקודת **ד**, העובר על מקום הירח ונופל על האופק בדרך זוויית ניצבת בנקודת **ס** וא"כ קשת **כס** מזה העגול הוא גובה הירח האמיתי. ובעבור שינוי מראה הגובה אשר הראית בצורה ט"ו נראה הירח בנקודת **מ** והוא יותר קרוב בכדי קשת **כמ** ויהיה קשת **מס** הגובה הנראה וקשת **כמ** הוא שינוי מראה הגובה. תוציא עוד רביע עגול מקוטב גלגל המזלות על מקום הירח הנראה והיא עגולת **[המ]** החותך את גלגל המזלות בנקודת **ל** והוא מקום הירח הנראה בגלגל המזלות. תוציא קשת **כנ** ממקום הירח האמיתי המקביל לגלגל המזלות ויהיה קשת **כנ** שוה

²⁴² $\sin \Delta_{\zeta} = \tan \phi * \tan \delta$. We work with the values of Hanover: $\delta_{\zeta} = -28^{\circ} 05'$ and $\Delta \delta_{\zeta} = 44' 35''$ $\delta' = 28^{\circ} 49' 35''$. This gives $\Delta'_{\zeta} = -20^{\circ} 06' 53''$. Now $\alpha_{\zeta} = 275^{\circ} 49'$. $\Delta \alpha_{\zeta} = 33' 37''$ hence $\alpha'_{\zeta} = 275^{\circ} 14' 49''$.

The Maghrab of the apparent moon is then $275^{\circ} 14' 49'' - 20^{\circ} 06' 53'' = 255^{\circ} 07' 56''$.

The Maghrab of the sun was $238^{\circ} 08' 42''$. The difference is indeed about 17° . The arc of vision is 17° or 1h 08m. The determination of this arc b representing the moon setlag was the end of Maimonides calculation: The criterium of visibility depended on the relation $b + \lambda_1 < 22^{\circ}$.

²⁴³ We refer to note 224. $r/R = \sin(90^{\circ} - h) / \sin(90^{\circ} - h')$. Hanover adopted $h = 12^{\circ} 01'$ and $h' = 11^{\circ} 01'$ and $R = 1238$. Hence: $r = 1238 * \cos 12^{\circ} 01' / \cos 11^{\circ} 01' = 1233.6 \sim 1234$.

²⁴⁴ We refer to note 225, $ds = (\sin \alpha / \sin \beta) * 9730$, where α is the sun's anomaly $157^{\circ} 40' 31''$ and β is the quota of the anomaly and was fixed to $46^{\circ} 26''$ (although the precise calculation gives $46^{\circ} 45''$). Thus $ds = (\sin 157^{\circ} 40' 31'' / \sin 46^{\circ} 26'') * 9730 = 273645.9$. Hanover gives 273633.

²⁴⁵ Hanover follows the procedure described above : altitude of the apparent moon : $(180 - h')/2 = 84^{\circ} 28'$ thus $h' = 11^{\circ} 04'$ and $\Delta h = 12^{\circ} 01' - 11^{\circ} 04' = 57'$.

$\text{Tang } \pi = (ds - dl / ds + dl) \text{ tang } 84^{\circ} 28' = (273633 - 1234 / 273633 + 1234) * \text{tang } 84^{\circ} 28'$, $\pi = 84^{\circ} 25' 01''$ $\psi = 90^{\circ} - (11^{\circ} 05'/2) + \pi = 168^{\circ} 53'$. The lightend part of the moon is $11^{\circ} 17'$.

This skilful calculation requires two remarks : 1) In modern astronomy it is recognized that the lightened part of the moon is equal to the geocentric elongation E between the sun and the moon, also called in ancient astronomy a_L , the arc of light. The parallax of the moon neither the position of the observer must be taken into consideration.

2) Hanover has reasoned as if the altitude of the (apparent) moon was the element governing the the breadth of the lunar crescent, as if the plane defined by the center of the earth, moon and sun was the meridian of the observer. In fact the governing element is the elongation and in our case it is much greater than the altitude of the moon.

In our case $h = 12^{\circ} 01'$ but $\Delta w = 44^{\circ} 27' 30'' - 26^{\circ} 56' 30'' = 17^{\circ} 31'$ according to the author's data. The elongation is then given by $\cos E = \cos h * \cos \Delta w$, hence $E = 21^{\circ} 08' 06''$. This can be also calculated thanks to the difference in longitude and latitude at sunset. Difference of longitude: $275^{\circ} 8' 33'' - 254^{\circ} 30' 03'' = 20^{\circ} 38' 30''$ and moon's latitude = $-4^{\circ} 41''$. Hence $\cos E = \cos 4^{\circ} 41' * \cos 20^{\circ} 38' 30''$ hence $E = 21^{\circ} 08' 37''$. The illuminated part of the moon is thus in fact $21^{\circ} 08'$ and the illuminated fraction of the moon is $k = (1 + \cos d) / 2 = \cos^2 d/2 = 0.0336 = 3.36\%$

²⁴⁶ Jud 20; 16.

²⁴⁷ The letter ק is seen, it must be קשת, therefore we must assume that the ecliptic drawn on the figure is the hidden part of the circle as clearly indicated by the author; ז: is the point Ω.

לקשת **טל**²⁴⁸ ויהיה שינוי מראה האורך לגרוע שהרי מקום הירח הנראה אשר בנקודת **ל** הוא פחות ממקום הירח האמיתי שהוא בנקודת **ט**. וכן קשת **טכ** שהוא רוחב הירח האמיתי, הוא פחות מקשת **מל** בכדי קשת **מנ** שהוא רוחב הירח הנראה ויהיה קשת **מנ** שינוי מראה להוסיף. וכין הדין בנטייה ובעלייה הישרה כמו בצורה י"ז: עגולת **בדגז** היא עגולת חצי היום העוברת על קוטב משהו היום אשר הוא בנקודת **ה** ועל קוטב האופק שהוא בנקודת **ד** ועגולת **כאג** שהוא עגולת אופק המערבי באמצע א"י ועגולת **ואז** היא עגולת משהו היום ואמצע המערב באופק הוא בנקודת **א** ועגולת **חקצפ** היא עגולת המזלות והעגולה הזאת פוגעת בנקודת **צ** שהוא ראש מאזנים והשמש על האופק פונה לשקוע בנקודת **ק** והירח הוא בנקודת **כ**. תוציא רביע עגול מקוטב משהו היום העובר על המשוה עד הירח עצמו והיא עגולת **הלכ**. ויהיה קשת **כל** מזאת העגולה נטיית הירח לפאת דרום והיא הנטייה האמיתית ממשוה היום וקשת **לאצ** מהמשוה היא העלייה הישרה האמיתית. תוציא רביע העגול מקוטב האופק אשר בנקודת **ד** עובר על גוף הירח עד האופק והיא עגולת **דכס** והיא הנקראת עגולת הגובה וקשת **כס** מזאת העגולה הוא הגובה האמיתי מהירח ומפני שינוי מראה הגובה אשר הראית בצורה ט"ו יראה הירח יותר קרוב אל האופק וכאלו הוא עומד בנקודת **מ** ויהיה הגובה הנראה קשת **מס** וקשת **כמ** הוא שינוי מראה הגובה. תוציא רביע העגול מקוטב המשוה היום אשר בנקודת **ה** עד מקום הירח הנראה והוא עגולת **העמ**, ויהיה קשת **מע** נטיית הירח הנראה שהיא יותר גדולה מהנטייה האמיתית שהיא קשת **כל**, בכדי קשת **מ(כ) [נ]**. ולפי שקשת **נע** שוה לקשת **כל**²⁴⁹, יהיה קשת **מנ** שינוי מראה הנטייה, וראוי להוסיפו על קשת **כל**, והיא הנטייה האמיתית כפי המקום הנראה וקשת **צע** ממשוה היום היא העלייה הישרה ממקום הירח הנראה והיא פחותה מקשת **צכ** ממקום הירח האמיתי בכדי קשת **לע** מה שהוא שינוי מראה העלייה. וצריך לגרוע זה הקשת מהעלייה הישרה האמיתית. ובדרך הזה תוכל לצייר כל שינוי מראה בשאר המקומות והכלל בכל שינוי מראה יהיה שהשינוי מפאת עגולת הגובה בין באורך בין ברוחב. ובנקל תוכל לצייר קשת הראייה מזאת הצורה כי קשת **צא** היא מדת השקיעה העקומה משקיעת החמה אשר על האופק בנקודת **ק** ותהיה נקודת **א** עם נקודת **ק** על האופק בשוה. תוציא קשת **רשת** מקביל לאופק²⁵⁰ העוברת על מקום הירח הנראה בנקודת **מ**, ותהיה השקיעה העקומה ממקום הירח הנראה קשת **צאש** ויהיה ההבדל שבין שקיעת החמה ובין שקיעת הירח בכדי שיעור קשת **אש** ממשוה היום והיא הנקרא קשת הראייה. ולהבינך תוכן הדברים אשר דברנו מחלק הירח המאיר לארץ תראה בצורה י"ח: נניח שנקודת **א** הוא מרכז הארץ ונקודת **ב** הוא מקום גבנונית הארץ ליושביה ונקודת **ט** הוא מרכז החמה ונקודת **ג** הוא גבנונית השמש אשר למטה מן האופק שהוא קו **אג** ונקודת **ד** הוא מרכז הירח ועגולת **זחה** הוא הקף הירח המאיר כפי מה שיקבל אורו מן השמש ועגולת **והכל** הוא הקף הירח הנראה לעין הרואה מגבנונית הארץ אשר בנקודת **ב**. הנה מזאת הצורה התבאר כי חלק **וה** מהירח המאיר הוא הנראה לעין הרואה ולא יותר. על כן ראוי לך להתבונן אם זה החלק מהמאיר הנראה הוא חמש מעלות שאז אפשר שיראה החלק הקטן ההוא המאיר לעין הרואה ואם הוא פחות מחמש מעלות אין שום צד אפשרי לראותו. והעילה בזה כי כאשר יהיה החלק המאיר מן הירח לעין הרואה כשיעור כוכב גדול מן הכוכבים אז אפשר לראותו, ואם הוא פחות מזה כשיעור אי אפשר לראותו. ואם בעל נפש אתה²⁵¹ ויש מוח בקדקדך²⁵² לצאת ולבוא²⁵³ בחשבון התרת המשלשים ע"י בקעים ונוגעים אזי תבין ותשכיל כל הדברים בפרטיים אשר הבאתי בחשבונות האלה ומעתה לך לגורלך²⁵⁴ ותנוח דעתך²⁵⁵ במה שהורשית להתבונן.

²⁴⁸ Here the author makes an approximation as if he was in a plane. A parallel to a great circle does not exist and similarly the statement that **טל** = **כנ** is not exact. He made already the same approximation in chapter 37, see notes 219 and 220. He made the same approximation in Sefer tekhnut ha-Shamaim.

²⁴⁹ Here the author makes an approximation as if he was in a plane.

²⁵⁰ Here the author makes an approximation as if he was in a plane.

²⁵¹ According to B. Hulin 6a.

²⁵² According to B. Menakhot 80b.

²⁵³ Deut. 31; 2.

²⁵⁴ According to Jud. 1; 3 and Daniel 12; 13.

²⁵⁵ B. Sabbath 152b and elsewhere.

ל"ט.

ועדיין אנו צריכין למודעי במה שכתבנו למעלה בס' ג' וס' ד' שיש שינוי באופקים ובאופני חצי היום כפי שינוי המקומות במושבותם כי לכל מקום ומקום יהיה אופק מיוחד אופן חצי היום מיוחד. ובעבור שהשינוי שבין הימים האמצעיים לימים האמיתיים הוא יותר גדול כאשר נתחיל בהם מעת השקיעה או מעת הזריחה ממה שנתחיל בהם באופן חצי היום כאשר הראית למעלה בס' י"ז, י"ח ו- י"ט, בעבור זה הסכימו בעלי תכונה להתחיל היום מאמצע היום, והוא בעת שהשמש הוא באופן חצי היום.²⁵⁶ ומן העת ההיא התחילו למנות עשרים וארבעה שעות עד חצות היום שאחריו ושיעור שעה אחת מן השעות הוא בכדי שיוכל לעבור ממשוה היום קשת המחזקת ט"ו מעלה ב' חלקים כ"ח שניים.²⁵⁷ ומכל זה מבואר שיש הבדל במספר התחלת היום בין המדינות השוכנות באורך המדינה ממזרח למערב שהרי בעת שהשמש הוא באופן חצי היום במדינה מן המדינות שאז יתחילו אנשי המדינה ההיא למנות מספר שעות היום. הנה בעת ההיא בעצמה עדיין לא הגיע השמש אל אופן חצי היום במדינה מן המדינות המערביות. ובעת שיגיע השמש אל אופן חצי היום במדינה ממדינות המערביות הנה בעת ההיא כבר עבר מקו חצי היום לפאת מערב (כשעה אחת או שתיים או יותר) במדינה ממדינות המזרחיות. [וכן] הדין בכל מדינה ומדינה שהיא מזרחית או מערבית למדינה אחרת וזהו השינוי שבין אופק [אופק] שבאורך המדינה אע"פ שהם שוים ברוחב. ויש עוד שינוי אחר בין האופקים שברוחב המדינה אע"פ שהם שוים באורך כי כל עוד שיתרבה רוחב המדינה לצפון כך הימים [מתארכים] והולכים לפי שהכוכבים מתאחרים לשקוע כל עוד שבאופקים הנוטים לצפון יותר ממה שהם שוקעים [באופקים] שרחבם פחות מהם ר"ל אינם נוטים כ"כ לצפון. וכפי זה הונך בידך שיש הבדל בין מדינה ומדינה אם בהתחלת היום והוא במדינות המשתנות באורך או במדת אורך היום וקצרו וזהו במד[ינות] המשתנות ברוחב. או שיש שינוי בשניהם יחד וזהו במדינות המשתנות בין באורך בין ברוחב כי המדינות השוכנות על קו השווה באורך המדינה ואין להם רוחב, הנה מדת היום שוה לכל המדינות ההן והוא שיעור י"ב שעות תמיד, אבל יהיה ביניהם הבדל בתחילת היום הטבעי ובאמצע היום בעת שיתחיל היום במדינה ממדינות המזרחיות עדיין לא התחיל היום במדינה ממדינות המערביות. וכן הדין באמצע היום כי אופני חצי היום שבמדינות אשר באורך המ[דינות] נבדלים זה מזה. וכן במדינות הנוטות לצפון שיש להם רוחב אחד ואין להם אורך אחד, הן שוות במדת היום ואינן שוות בהתחלת היום ובאמצע היום. [וכן] המדינות שהן שוות באורך ואין להן רוחב אחד והן המדינות שאופן אחד מאופן חצי היום שוה להן, הנה המדינות ההן שוות בעת חצי היום לפי שבכל המדינות יגיע השמש באופן חצי היום ברגע אחד לפי שיש להן אורך אחד ואולם לפי שאין להן רוחב אחד לכן עם היות שאין נבדלות זו מזו באמצע היום עכ"ז הן נבדלות במדת היום באורך ובקוצר. גם הן נבדלות זו מזו בהתחלת הימים הטבעיים כי במדינות הנוטות יותר לצפון יהיו הימים שלהן יותר ארוכים ויקדים בהן השמש לזרוח כאשר יהיה השמש במזלות הצפוניים ממה שהוא זורח במדינות שרחבם פחות מהן וההפך בהיות השמש במזלות הדרומיים רצוני לומר שאז יהיו הימים יותר קצרים במדינה הנוטה לצפון יותר לפי שיתאחר השמש לזרוח בה ממה שהוא זורח במדינה שרחבה פחות ממנה. ויש עוד מדינות שאינן שוות לא באורך ולו ברוחב הוא ש[מדינה] אחת נוטה לצפון יותר ממדינה אחרת וגם היא נוטה יותר ממנה לפאת מערב. הנה במדינה כזאת והדומה לה יהיה בה הבדל במדת אורך היום וקוצרו, גם יהיה ההבדל באמצע היום ומ.... שיהיה שם הבדל בזריחה ושקיעה, כי ראוי שתדע כי בשתי מדינות הנבדלות באורך וברוחב יתכן שתקדם זריחת השמש במדינה המערבית ממה שהוא זורח במדינה המזרחית וכן בשקיעה יתכן שתקדם השמש במדינה המזרחית ממה שהוא שוקע במדינה המערבית. ודבר זה מבואר יותר בכדור המוגשם ובמשל בצורה י"ט:²⁵⁸ נקודת ו היא אמצע א"י שרחבה ל"ב מעלה לצפון ואופן חצי היום שלה הוא **כהוא** ורוחב המדינה הוא **הו** וקו **גהד** הוא קו השווה ונקודת ב אמצע הדרום ונקודת א אמצע הצפון, ד מזרח ג מערב ומדינה אחרת השוכנת למערב א"י ברוחב אחר היא נקודת ח אופן חצי היום שלה היא עגולת **בהא**. וא"כ כאשר השמש זורח ועולה במזרח באופק המדינה המזרחית שהיא מדינת ו והיינו מדינת א"י הנה השמש עולה בה בנקודה מנקודות עגולת **בזא** שהיא עגולת אופק א"י הרי כפי זה תקדם הזריחה בא"י לזריחת מדינת ח שהיא מערבית לה. וכן הדין באמצע היום כי השמש יגיע לאופן חצי היום במדינת ו קודם שיגיע לאופן חצי היום במדינת ח. וכן הדין בשקיעה ר"ל

²⁵⁶ In the time of Hanover the astronomical day still began at noon (and not at midnight).

²⁵⁷ 1 hour mean solar time = 1.002738 sidereal time = 15° 02' 28".

²⁵⁸ The representation is made for people living in the southern hemisphere.

שהשמש יגיע לאופק המערבי במדינת ו קודם שיגיע לאופק המערבי במדינת ח. ואם תהיה מדינה אחת בנקודה ט שרחבה ששים מעלה שהיא שוה באורך למדינת ו, שהרי אופן חצי יום אחד שוה לשתייהן אלא שאין להן רוחב אחד. הנה בהיות השמש בנזלות הצפוניים כגון בראש סרטן אזי תהיה זריחת השמש במדינת ט קודם זריחת השמש במדינת ו שהיא מדינת א"י שהרי המטאלע שהוא עליית השמש באופק המזרחי במדינת ט יהיה אז מ"א²⁵⁹ מעלה ח' חלקים ובמדינת ו שהיא מדינת א"י יהיה המטאלע ע"ד מעלה י"ד חלקים וכפי זה יקדם עליית השמש במדינת ט על עליית השמש שבמדינת ו בכדי ל"ג מעלות²⁶⁰ שהן יותר משתי שעות. וכן הדין בשקיעה שהרי המגראב שהוא שקיעת השמש באופק המערבי במדינת ט יהיה אז קל"ח מעלה נ"ב חלקים והמגראב שבמדינת ו שהוא מדינת א"י יהיה ק"ה מעלה מ"ו חלקים וכפי זה תתאחר שקיעת השמש במדינת ט על מדינת ו יותר משתי שעות. וא"כ יהיה השינוי בשתי המדינות האלה בין במידת ובין בהתחלת היום הטבעי ובין בסוף היום הטבעי עם היות שאין ביניהם שינוי בעת אמצע היום. ואולם אם תהיה מדינה אחת בנקודה כ שהיא צפונית מערבית למדינת ו שהן נבדלות באורך וברוחב אזי יש בהן שינוי בשקיעה ובזריחה, גם יהיה השינוי בזמן חצי היום שהרי כאשר יהיה חצות היום במדינת ו, הנה בעת ההיא יהיה זמן שעה אחת קודם חצות היום במדינת כ שהיא שוכנת ט"ו מעלה ממדינת ו באורך המדינה לפאת מערב. וא"כ יהיה שינוי בשתי מדינות האלה בזריחת השמש שהרי המטאלע באופק ו הוא ע"ד מעלה י"ד חלקים בהיות השמש בראש סרטן²⁶¹ והמטאלע באופק כ שהוא רוחב ששים מעלה מ"א מעלה ח' חלקים וכפי זה תקדם הזריחה באופק כ על הזריחה באופק ו בכדי שעה אחת אע"פ שמדינת כ היא מערבית למדינת ו, והעילה בזה לפי שההבדל שבין אופני חצי היום משתי המדינות באלה הוא ט"ו מעלה שהוא שיעור שעה אחת בקירוב²⁶² וההבדל שבין מטאלה מדינת ו ובין מטאלע מדינת כ הוא ל"ג מעלות ו' חלקים שהוא יותר משתי שעות. מבואר א"כ ביאור מספיק שתקדם זריחת השמש במדינת כ על זריחת השמש במדינת ו יותר משעה אחת. ובהיות השמש בראש גדי אזי תהיה השקיעה שהוא המגראב במדינת ו רנ"ד מעלה י"ד²⁶³ חלקים והמגראב שבמדינת כ יהיה רכ"א מעלה ח' חלקים ויהיה ההבדל ל"ג מעלה ו' חלקים שהוא יותר משתי שעות. אמנם לפי שמדינה כ נוטה למערב ממדינת ו בכדי ט"ו מעלות שהוא שיעור שעה בקרוב נמשך מזה שתקדם שקיעת החמה במדינת כ על השקיעה שבמדינת ו יותר בכדי שעה אחת. ויש עוד שינויים או חילופים אחרים זולת מה שהזכרנו ואין צורך להזכירם פו לפי שאין בהם תועלת בחשבון הראייה, אבל ראוי שתדע זה השינוי אשר הזכרנו והוא שינוי בין מדינה למדינה בזמן השקיעה, על כן יתכן שהירח אינו נראה בא"י ונראה במדינה שהיא מערבית לא"י לפי שתתאחר שם שקיעת השמש עד שיתכן שיתרחק הירח מן השמש קודם שקיעתו בכדי קשת שאפשר שיראה הירח במדינה ההיא באופק המערבי. ולפי שהמדינות מתחלפות בהתחלת הימים הטבעיים וכן עש(א)[ו] חז"ל חיזוק לדבריהם²⁶⁴ בסדר העיבור ולא נתנו דבריהם לשיעורים²⁶⁵ וקבעו התחלת היום לעת ערב בזמן שהשמש שוקע במערב כשהוא בראש טלה או בראש מאזנים שאז הימים והלילות שווים. ותהיה התחלת היום לעולם בשש שעות אחר חצות היום ומעת ההיא התחילו למנות שעות היום שאחריו וכדרך שהיום הולך אחרי הלילה שעבר כדין תורה. גם קבעו חשבונם על אמצע א"י וכל בני הגולה גם הם סומכין על החשבון ההוא כאלו כולם כאחד ענו ואמרו מקודש מקודש, לפי שאין קובעין שנים ומעברין חדשים בחז"ל ואנן שליחותיה דידהו קא עבדינן.²⁶⁶ לכן אין חילוק בין בני מזרח ובני מערב בעשיית המועדים אפילו בזמן שהיו מקדישין על פי ראייה, כי כולם עושים י"ט ביום אחד ואין ביניהם רק הפרש בשעות כפי מקומותם למושבנות.²⁶⁷

²⁵⁹ In the manuscript : 45° 8'

²⁶⁰ 33° 6' exactly.

²⁶¹ Thus $\alpha = 90^\circ$ and Δ is $+15^\circ 46'$ in the country ו and it is $+48^\circ 52'$ in the country כ.

²⁶² No, the difference of time between two places removed by 15° longitude is exactly 1 hour mean time.

²⁶³ Thus $\alpha = 270^\circ$ and Δ is $-15^\circ 46'$ in the country ו and it is $-48^\circ 52'$ in the country כ.

²⁶⁴ Frequently mentioned in the Talmud: for example B; erubin 77a and 85b.

²⁶⁵ According to B ; Hulin 9a.

²⁶⁶ B. Bava Kama 84b.

²⁶⁷ According to Gen. 36; 40 and 43.

מ.

אם תרצה לדעת הקיבוץ האמיתי שהוא עת קיבוץ המאורות, צריך שתדע תחלה עת קיבוץ [אמצעי] בדרך זה: כי ראוי שתדע כי השמש מתרחק מן הירח במהלכו האמצעי י"ב מעלה י"א חלקים (י"א) [כ"ו]²⁶⁸ שניים. והעת העיקר אשר עשינו אנחנו לעת שקיעת החמה שהיא שש שעות ט"ו חלקים ז' שניים אחר חצות יום ו', כ"ט לחודש אלול הוא ער"ה משנת חמשת אלפים תפ"ו לב"ע על אופק א"י, בעת ההיא מרחק הירח מן השמש במהלכם האמצעי ארבע מעלות י"א חלקים מ"ט²⁶⁹ שניים. והנה כאשר תרצה לדעת עת מולד האמצעי²⁷⁰ מר"ח טבת שהם פ"ח ימים אחר העיקר, תחבר [מהלך] הירח²⁷¹ ב-פ"ח ימים (שהוא שנ"ב מעלה מ"ז חלקים עשרה שניים)²⁷² אל העיקר, יוצא שנ"ו מעלה נ"ז חלקים נ"ט שניים²⁷³ ותצטרך לחבר אליו עוד שלש מעלות ושני חלקים²⁷⁴ ושניה אחת עד תשלום ש"ס מעלה שאז יהיה הירח מכוון תחת אמצע השמש בשוה ויהיה המולד האמצעי. תחבר ג' מעלות ושני חלקים ושניה אחת אל העיקר יוצא המולד האמצעי בשש שעות י"א חלקים כ"ח שניים²⁷⁵ על ליל ב שהוא יום אחד לחודש טבת באמצע א"י והוא פ"ח ימים ה' שעות נ"ו חלקים כ' שניים אחרי עת העיקר. תחבר מהלך אמצע השמש ומהלך הגובה ומהלך אמצע המסלול הירח מן פ"ח יום ה' שעות נ"ו חלקים כ' שניים אל העיקר (ואין צורך לחבר מהלך אמצע הירח לפי שבעת [הקיבוץ] האמצעי יהיו שני האמצעים מהירח [והשמש] שוים) יוצא מקום אמצע החמה רנ"ג מעלה ל"ה חלקים [ל"ט] שניים²⁷⁶ ומקום הגובה צ"ו [מעלה ל"ה חלקים נ"ח שניים ומקום אמצע המסלול הירח שמ"ב מעלות כ"ו חלקים ושניה אחת. תגרע מקום הגובה מן אמצע השמש יהיה מסלול השמש ק(צ)[נ]"ה מעלה נ"ט חלקים מ"א²⁷⁷ שניים ומנת המסלול חמשים חלקים. ולפי שמסלול השמש פחות מ-ק"פ מעלה תהיה מנת המסלול לגרוע ואמצע מסלול [הירח] הוא בעצמו המסלול הנכון בעת המולד האמצעי כי בזמן ההוא אין [שם] מרחק כפול לגמרי ומנת המסלול הנכון הוא מעלה אחת כ"ד חלקים²⁷⁸. ולפי שמסלול הנכון הואי מעלה, תהיה מנת המסלול להוסיף. וכלל זה נקוט בידך אם תהיינה מסלול השמש [וגם] מסלול הירח שתהיה להוסיף, תגרע הקטן מן הגדול. אבל אם תהיה אחת להוסיף ואחת [לגרוע] תחבר שתהיה יחד והיוצא הוא ההבדל אשר ביניהם במעלות, או תאמר שהוא מרחק מקום השמש האמיתי ממקום הירח האמיתי. ותוציא מהלך השמש והירח בשעה כפי המסלול והוא שתוציא מנת מסלול השמש והירח שהוא מעלה אחת יתר מ[עכשו] ותגרע המנות זו מזו [ותעריך] ותאמר כך: כערך מעלה אחת אל הבדל המנות כך ערך מהלך האמצעי לשעה שהוא ג' חלקים ו- כ"ח שניים בשמש או ל"ב [חלקים] ארבעים שניים לירח אל הבדל מהלך לשעות. [ואם] יהיה מסלול השמש או הירח עד צ' מעלה או מן ר"ע עד ש"ס מעלה, תגרע הבדל היוצא מן [אמצע] מהלך לשעה אבל אם יהיה המסלול מן צ' עד ר"ע מעלה, תוסיף ההבדל ההוא על אמצע מהלך והיוצא הוא מהלך האמיתי לשמש או לירח לשעה. ואחרי שיש בידך מהלך המאורות ב[שעה] אחת תגרע מהלך השמש ממהלך הירח, נשאר מהלך הירח מן השמש בשעה ותעריך ותאמר כך: כערך מהלך הירח מן השמש בשעה אל שעה אחת כך ערך מרחק

²⁶⁸ The moon's velocity is $13^{\circ} 10' 35.03''$ /day; the sun's velocity is $0^{\circ} 59' 8.33''$ /day and the relative velocity is then $12^{\circ} 11' 26.70''$ /day. We will see that Hanover uses the correct value; it is a mistake of the copist.

²⁶⁹ The subtraction of the data gives $170^{\circ} 48' 36'' - 166^{\circ} 36' 48'' = 4^{\circ} 11' 48''$.

²⁷⁰ It is the mean conjunction and not the traditional molad. In his later works Hanover defines a simple way for finding the mean conjunction from the molad.

²⁷¹ It is in fact the velocity of the recapture of the sun by the moon.

²⁷² $12^{\circ} 11' 26.70'' * 88 = 352^{\circ} 47' 10''$

²⁷³ The addition gives in fact $4^{\circ} 11' 49'' + 352^{\circ} 47' 10'' = 356^{\circ} 58' 59''$.

²⁷⁴ The exact value was in fact $3^{\circ} 1' 1''$ but the following of the calculation is performed with $3^{\circ} 2' 1''$.

²⁷⁵ $3^{\circ} 2' 1'' / 0.507948 = 5h 56m 22s$. Hence $6h 15m 7s + 5h 58m 20s = 12h 11m 29s$ p.m. = $6h 11m 29s$ after the beginning of the Jewish day.

²⁷⁶ $13^{\circ} 10' 35.03'' * 88d 5h 56m 20s = 82^{\circ} 47' 00'' + 170^{\circ} 48' 36'' = 253^{\circ} 35' 37''$.

²⁷⁷ $253^{\circ} 35' 39'' - 97^{\circ} 35' 58'' = 155^{\circ} 39' 41''$.

²⁷⁸ At the mean conjunction there is no quota of the anomaly, the mean anomaly is equal to the true anomaly and we can immediately calculate the quota of the true anomaly: $\beta_t = 1^{\circ} 24'$.

מקומות האמיתיים מהמרחק אל ההבדל שהוא בין המולד האמצעי ובין המולד האמיתי בשעות.²⁷⁹ ודע כי כאשר תהיה מנת מסלול הירח יתר ממנת מסלול השמש אזי יתחלף הבדל הזמן ממה שהיא מנת מסלול הירח] רצוני לומר אם תהיה מנת מסלול הירח להוסיף צריך לגרוע הבדל הזמן ואם היא לגרוע [צריך] להוסיף הבדל הזמן על זמן המולד האמצעי. אבל אם מנת מסלול השמש היא יתירה על מנת מסלול הירח יהיה הבדל הזמן שווה למנת מסלול השמש אם להוסיף או לגרוע. והעילה בזה דין הוא זה: אם מקום הירח האמיתי יתר על מקום השמש האמיתי א"כ כבר היה המולד האמיתי [קודם] למולד האמצעי לכן צריך לגרוע הבדל הזמן כדי שיהיה בידך זמן המולד האמיתי אבל אם מ[קום] השמש האמיתי הוא יתר על מקום הירח האמיתי, א"כ צריך שיתנועע הירח עוד עד שי[גיע] תחת השמש בשווה ויהי המולד האמיתי אחרי המולד האמצעי וכן צריך שתוסיף הבדל הזמן על זמן המולד האמצעי ויהיה בידך המולד האמיתי. עיין מה שהתבאר לעיל ס' כ"ב ו-ס' כ"ג ומשם תוכל להבין תוכן הדבר כי שם התבאר שהבדל הזמן שבין מולד האמצעי למולד האמיתי הוא כ"ד שעות בקירוב לכל היותר ודבר זה תוכל להתבונן בדרך זה כי מנת מסלול השמש שהוא בתכלית הגודל שתי מעלות והוא בהיות מסלול צ"ב מעלה וא"כ מהלך השמש בשעה הוא כ' חלקים כ"ח שניים.²⁸⁰ וכן הדין בהיות מסלול השמש רס"ח מעלה. ומנת מסלול הירח בזמן שאין לה מרחק הכפול היא בתכלית הגודל והיא חמש מעלות והוא בהיות מסלול הירח צ"ה מעלה או רס"ה מעלה.²⁸¹ ואז מהלך הירח בשעה ל"ג חלקים י"א שניים.²⁸² תחבר המנות יחד (כאשר יהיה האחד להוסיף והשני לגרוע) יוצא ז' מעלות. תגרע מהלך המאורות זה מזה בשעה, נשאר שלשים חלקים מ"ג שניים והן מרחק המאורות לשעה, יוצא י"ג שעות י"א.²⁸³ דקים ומעט יותר וזהו הזמן היותר גדול שאפשר להיות בין זמן המולד האמצעי ובין זמן המולד האמיתי בין לפניו בין לאחריו נחזור אל המשל שהקדמנו ומצאנו כי מנת מסלול השמש היא לגרוע [חמישים מעלה ומנת מסלול הירח היה] מעלה אחת כ"ד חלקים [להוסיף] ולפי שאחד הוא להוסיף ואחד לגרוע תחבר שתי המנות יחד ויוצא שתי מעלות י"ד חלקים. ולפי שמנת מסלול הירח הוא יותר ממנת מסלול השמש וגם מנת מסלול הירח היא להוסיף, א"כ מקום הירח הוא יתר ממקום השמש. והירח יהיה בעת המולד האמצעי ממזרח השמש.²⁸⁴ א"כ כבר יהיה המולד האמיתי קודם המולד האמצעי לכן תגרע ההבדל מן הזמן האמצעי ויהיה בידך זמן המולד האמיתי. תוציא מנת מסלול השמש [כש]הוא במעלה אחת יתר ממה שהוא בעת המולד האמצעי לפי שהמולד האמיתי היה קודם למולד האמצעי.²⁸⁵ ויהיה המסלול קנ"ז מעלה ומנתו מ"ז חלקים נ"א שניים וההבדל שבין

²⁷⁹ Things will become clearer with the following example. The principle is the following: normally we divide the distance between sun and moon by the relative mean velocity moon-sun (mean velocity of the moon – mean the velocity of the sun) and we get the time necessary for the moon to recapture the sun, as far as the true conjunction follows the mean conjunction. The great originality of Hanover is to consider the true velocities of moon and sun instead of their mean velocities; for this purpose he compares two consecutive positions of the mean body removed by 1 degree and the corresponding true positions; this allows him computing the true displacement when the mean displacement is 1° and consequently the true velocity. This method of finite difference is efficient in cases where it is not easy to find an analytical description of the function considered. The sign of the two quotas is important for the determination of the distance between true moon and sun at the moment of mean conjunction and the relative position of moon and sun must determine whether the true conjunction precedes or follows the mean conjunction.

²⁸⁰ $L_0 = l_0 - \beta_0$ and $d L_0 / dt = d l_0 / dt - d \beta_0 / dt$. Hence when β_0 is extremum, the true velocity = the mean velocity = $2' 27.85''$ / hour.

²⁸¹ See Ajdler, J ; Hikkhot Kiddush ha-Hodesh al-pi ha-Rambam p. 198.

²⁸² I do not understand this statement and this figure. When the quota of the true anomaly is extremum at the conjunction, then the true velocity is equal to the mean velocity and is $32' 56.41''$ / hour.

²⁸³ If the quota of the solar anomaly is also extremum, the sun's true velocity is equal to the mean velocity and the relative velocity is the mean value $30' 28.01''$ / hour. The maximum span of time between true and mean conjunction is $7^\circ / 30' 28.56'' = 13h 47m$.

²⁸⁴ Thus the moon passed already beyond the sun.

²⁸⁵ I do not understand the argumentation; on the contrary it would be more fitted to consider the sun with an anomaly of 1° less, because we are calculating the true velocity of the sun just before the mean equinox and not after. In fact the solar anomaly at mean conjunction was $155^\circ 59' 41''$ and one should consider the anomaly $154^\circ 59' 41'' \sim 155^\circ$. The quota of 156° is $50'$ and the quota of 155° is $51' 58''$, thus when the anomaly and the mean longitude increases by 1 degree the true anomaly passes from $154^\circ 08' 02''$ to 155°

המנה הראשונה למנה השנית הוא ב' חלקים ט' שניים.²⁸⁶ ותעריך ותאמר: כערך מעלה אחת אל הבדל המנות כך ערך ב' חלקים כ"ח שניים (והוא מהלך אמצע השמש לשעה) אל הבדל מהלך השמש האמיתי ויוצא ה' שניים.²⁸⁷ ולפי שהמסלול הוא מן צ' עד ר"ע מעלה תוסיפם על מהלך אמצע השמש ויוצא ב' חלקים ל"ג שניים והוא מהלך השמש האמיתי לשעה. וכן תעשה במסלול הירח הוא שתוציא המנה ממסלול שמ"ג מעלה כ"ו חלקים והיא מעלה אחת [י"ט] חלקים.²⁸⁸ וההבדל שבין המנה הראשונה למנה השנית הוא ה' חלקים ותעריך ותאמר כך: כערך מעלה אחת אל הבדל המנות כך ערך ל"ב חלקים וארבעים שניים.²⁸⁹ (והוא מהלך מסלול הירח בשעה) אל הבדל המהלך האמיתי ויוצא שתי (מעלות) [חלקים] מ"ג (חלקים) שניים.²⁹⁰ ולפי שמסלול הירח הוא מן ר"ע מעלה עד ש"ס מעלה תצטרך לגרוע ממהלך אמצע הירח לשעה והוא ל"ב חלקים [נ"ו] שניים.²⁹¹ נשאר שלשים חלקים י"ג שניים וזהו מהלך הירח האמיתי לשעה.²⁹² תגרע מהלך המאורות בשעה זה מזה, נשאר כ"ז חלקים ארבעים שניים לשעה.²⁹³ [ותעריך ותאמר כערך הבדל מהירות המאורות אל השעה] כך ערך מרחק מקומות המאורות (והוא שתי מעלות י"ד חלקים) אל הבדל הזמן שהוא בין המולד האמצעי למולד האמיתי.²⁹⁴ ויהיה במשל הזה ארבע שעות חמישים חלקים ל"ג שניים. רגע זה מזמן המולד האמצעי, נשאר עת המולד האמיתי באמצע א"י והיא שעה אחת כ' חלקים מ"ח שניים בליל ד' שיומו אחד לחודש שבט שנת תפ"ו לפ"ק ובעת ההיא היה הזמן האמצעי. ואם תרצה לעשותו לזמן אמיתי עיין לקמן ס' מ"ב משם תראה וכן תעשה. וכן הדין בכל מולד ומולד ותבין ותשכיל כי ברוב השנים יהיה המולד האמיתי בתשרי קודם למולד האמצעי ואז אפשר שיקדם לו קרוב ל- י"ד שעה לפי שבעת ההיא יהיה השמש קרוב למזל מאזנים ויהיה המסלול קרוב ל-צ' מעלה ובמקום ההוא תהיה מנת המסלול בתכלית הגודל ולגרוע מן האמצעי. ולהיות שברוב יהיה מקום הירח יתר ממקום השמש, על כן יהיה המולד האמיתי קודם למולד האמצעי. ואולם אם יהיה המולד האמיתי בחודש הזה אחר המולד האמצעי לא יתכן בשום אופן שיקדים המולד האמצעי למולד האמיתי יותר מששה שעות. ובחודש ניסן הוא בהפך לפי שאז תהיה מנת מסלול השמש להוסיף וע"פ הרוב יהיה מקום השמש יתר ממקום הירח האמיתי ויהיה המולד האמיתי אחר המולד האמצעי ואז יתכן ג"כ שיהיה המולד האמיתי אחר המולד האמצעי בכדי י"ד שעות. אבל אם בחודש [ניסן] יהיה המולד האמיתי קודם המולד האמצעי לא יתכן בשום [אופן] שיקדים לו יותר משש שעות.

10' and the true longitude increases by 1° 01' 08" and the true velocity is the mean velocity multiplied by 1.019.

²⁸⁶ Thus when the anomaly is 156° the quota is 50' and for 157° the quota is 47' 51" (I find 48' 04") to subtract. Thus when the mean longitude increases by 1°, the true anomaly increases from 155° 10' to 156° 12' 09" i.e. by 1° 2' 9" and the true longitude increases by the same amount 1° 2' 9"; the mean velocity is multiplied by 1.036.

²⁸⁷ $1^\circ / 2' 09'' = 2' 28'' / (\text{true velocity} - \text{mean velocity})$. Hence the true velocity – mean velocity = 5.3" / hour.

Therefore the true velocity is $2' 28'' + 5.3'' = 2' 33.5'' / \text{hour}$. The velocity was multiplied by 1.037 instead of 1.019 which should have been used.

²⁸⁸ Hanover considers the moon at the mean anomaly of $342^\circ 26' 1''$ at the mean conjunction and the situation at the anomaly $343^\circ 26' 1''$ although it would have better to consider it at $341^\circ 26' 1''$.

For $342^\circ 26' 1''$ we found $1^\circ 24'$, for $343^\circ 26' 1''$ it is $1^\circ 19'$. Thus the true anomaly passes from $343^\circ 50'$ to $344^\circ 45'$ and increases by $55'$. The mean velocity is multiplied by 0.9167, hence $32' 56.46'' * 0.9167 = 30' 12'' / \text{hour}$ as the moon slows down.

²⁸⁹ The velocity of the moon mean anomaly per hour.

²⁹⁰ $1^\circ / 5'' = 32' 40'' / (\text{true velocity} - \text{mean velocity})$, Hence (true velocity – mean velocity) = $2' 43'' / \text{hour}$

²⁹¹ The moon's velocity in longitude. The longitude of the sun is $L_\odot = l_\odot - \beta$. Thus

$d L_\odot / dt = d l_\odot / dt - d \beta / dt$. It is the mean velocity in longitude that we must consider $32' 56.46'' / \text{hour}$.

²⁹² $32' 56'' - 2' 43'' = 30' 13'' / \text{hour}$.

²⁹³ $30' 13'' - 2' 33'' = 27' 40''$.

²⁹⁴ $27' 40'' / \text{span of time} = 2^\circ 14' / 1 \text{ hour}$: hence span of time = 4h 50m 36s.

מ"א.

והנה כאשר תרצה לדעת אם יהיה לקוי החמה צא וחשוב מרחק הירח מראש [התלי] והוא הנקרא מסלול החוחב. אם יהיה מסלול הרוחב עד ח"י מעלה או קס"ב או קצ"ב או [ש"ב מעלה, שאז אפשר להיות לקוי החמה בהיותו בכדי י"ח מעלה מראש תלי או מזנב, לפנייהם או לאחריהם, אבל אם יהיה המרחק יותר מ-י"ח מעלה מנקודות התלי אזי אי אפשר לקוי החמה בכל העולם. ושאר חשבונות הלקויים יתבארו היטב בספר אשר יעדתי לחברו.

מ"ב.

אם תרצה לדעת עת התקופה האמיתית (וכבר ידעת כי בהיות השמש האמיתי [בראש] מזל טלה אז תהיה תקופת ניסן ובראש סרטן היא תקופת תמוז ובראש מאזנים היא תקופת תשרי ובראש גדי היא תקופת טבת) תוציא תחלה מקום הגובה לעת [המולד] בקירוב לפי שמהלך הגובה בחודש אינו רק ה' שניים ואין מדקדקים בשניים, והנה כ[אשר] יהיה בידך מקום הגובה, תגרע מקום הגובה מן ש"ס בתקופת ניסן ומן צ' מעלה בתקופת תמוז ומן ק"פ מעלה בתקופת תשרי ומן ר"ע מעלה בתקופת טבת והנשאר נקרא מס[לול] התקופות. ותעריך ותאמר כך: כערך 100000 אל 3465 3/11 כך ערך בקע [מסלול] התקופות אל בקע מנת מסלול התקופות.²⁹⁵ ודע שאם יהיה מסלול התקופות פחות [מ-ק"פ] מעלה תהיה מנתו להוסיף²⁹⁶ ואם יהיה המסלול יתר מ-ק"פ מעלה תהיה מנתו לגרוע. ו[היוצא] הוא מקום אמצע השמש לעת ההיא²⁹⁷. תוציא הימים והשנים שעברו אחרי העיקר עד [זמן] אמצע השמש ההוא והיוצא תחבר אל העיקר ויהיה בידך זמן התקופה מימים אמצעיים²⁹⁸, תעשה לימים אמיתיים²⁹⁹ בדרך זה: תוציא העלייה הישרה ממקום השמש האמיתי והיא ב[תקופת] ניסן ש"ס מעלה³⁰⁰ ובתקופת תמוז צ' מעלה והתקופת תשרי ק"פ מעלה וב[תקופת] טבת ר"ע מעלה. תגרע אמצע השמש מן העלייה הישרה או בהפך והנשאר תעשה לש[עות] והיוצא הוא הבדל השעות האמיתיות לאמצע השמש. אם תהיה העלייה הישרה יתר [מאמצע] השמש יהיה ההבדל לגרוע מזמן האמצעי ואם העלייה הישרה פחותה מאמצע השמש יה[יה] ההבדל להוסיף מזמן האמצעי. והיוצא הוא הזמן האמיתי מתקופה האמיתית וכל מיוסד על אמצע א"י. וכאשר תרצה לדעת תקופה האמיתית ממקומות אחרים צריך שתחבר או ש[תגרע] איזה זמן כפי מרחק המדינה ההיא למזרח או למערב כאשר הו[ר] [ד]עתיך ב-ס' [] ע"ש ה[ערת] על כל מה שאמרנו פה. ומעתה אמשול לך משל, אם תרצה לדעת העת והרגע אשר תחול תק[ופת] ניסן

²⁹⁵ In 'ח צורה in the triangle אבא the side a= בא is 100000, the side b= אב is 3465 3/11 and the angle אבא is 180° – anomaly or the anomaly – 180°, according to the case of figure. We know thus two sides and the angle between these two sides. In such a case the classical solution of the triangle is the application of the tangent-formula, see note 77. The present sine-formula is erroneous; we don't know either β either the side opposite to the angle of the anomaly. The calculation of β gives 1° 58'35'', the angle אבא is 262° - 180° = 82°23' 40'' and the third angle is then 95°37' 35''. We note that $\sin 82^\circ 23' 40'' = 0.991203$ and $\sin 95^\circ 37' 45'' = 0.995175$. It is likely that this sine-formula, written erroneously, gave by chance a very likely result with the consequence that the error was not detected.

²⁹⁶ We subtract the quota of the anomaly from the mean longitude to get the true longitude of the sun. But here we have the true longitude of the sun, i.e. 360°) and by adding the quota we get the mean longitude corresponding to the known true longitude. We get the mean sun at the moment of the true equinox.

²⁹⁷ At the time of the true equinox.

²⁹⁸ We get the mean time of the true equinox.

²⁹⁹ At his time the civil life was still organized in true time.

³⁰⁰ We want to find $E = \alpha - l$. But in the four particular points $\alpha = L_0 = 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ or 360°

האמיתית משנת תפ"ו שהיא שנת העיבור יהיה בין שעת העיקר ובין ראש חודש ני[סן] שבעה חדשים ובתוך הזמן ההוא התנועע גובה השמש ל"ו שניים, תחברם אל מקום הגובה שבעיקר שהיה צ"ז מעלה ל"ה חלקים מ"ד שניים ויוצא מקום הגובה צ"ז מעלה ל"ו חלקים כ' שניים. תגרע מקום הגובה מן ש"ס מעלה לפי שהוא בתקופת ניסן, נשאר רס"ב מעלה כ"ג חלקים ארבעים שניים וזהו מסלול התק[ופה]. תוציא מנתו והיא מעלה אחת נ"ז חלקים ל"ה שניים,³⁰¹ ולפי שמסלול התקופה הוא יתר על ק"פ מעלה תגרע מנתו ממקום אמצע השמש שהוא בזה המשל בראש טלה והוא ש"ס מעלה ויוצא אמצע השמש שנ"ח מעלה ב' חלקים כ"ה שניים והוא אמצע השמש בעת התקופה האמיתית. תגרע מזה אמצע השמש אשר היה בעת העיקר והוא קס"ו מעלה ל"ו חלקים מ"ח שניים, נשאר קצ"א [מעלה] כ"ה חלקים ל"ז שניים וזהו אמצע השמש אשר התנועע מעת העיקר עד עת תקופת ניסן האמיתית. תוציא כמה ימים ושעות שעברו מיום העיקר עד כדי מהלך אמצע השמש כשיעור הזה ויוצא קצ"ד [ימים] ה' שעות ט' דקים.³⁰² תחברם לעת העיקר שהוא ביום ו' ער"ה שנת תפ"ו לפ"ק לעת ערב בשקיעת החמה, והיתה עת התקופה³⁰³ בפעם ההיא ט"ו דקי השעה על ליל ז'. יוצא ה' שעות כ"ד דקים³⁰⁴ ליל ה' שיומו י"ח אדר שני משנה זו וזהו הזמן האמצעי אשר בו היתה התקופה האמיתית. תגרע עוד אמצע השמש מן העלייה הישרה לעת התקופה האמיתית והוא ש"ס מעלה, נשאר מעלה אחת נ"ז חלקים³⁰⁵ ל"ה שניים והוא מנת מסלול התקופה. תעשה לשעות כאשר התבאר ב-ס' [י"ט ו- כ"א] ויוצא ז' דקים מ"ט שניים³⁰⁶ ולפי שהעלייה הישרה יתר מן האמצע צריך שתגרע הבדל הזה מן הזמן האמצעי, נשאר ה' שעות ט"ז דקים י"א שניים על ליל ה' שיומו י"ח אדר שני משנת תפ"ו לפ"ק והוא הזמן האמיתי אשר [ר] תחול בו תקופת ניסן האמיתית והיא מיוסדת על אמצע א". ואולם במדינות אחרות יהיה בהן הבדל בפחות ויתר כגון מדינת הנובר שהיא למערב א"י בכדי שתי שעות שני דקים לכן תגרע השיעור הזה מן עת התקופה שהיתה בא"י ויוצא ג' שעות י"ד דקים על ליל ה', י"ח אדר שני שנת תפ"ו לפ"ק. והיא עת התקופה האמיתית במדינת הנובר שאני המחבר שוכן בה. ומזה תקיש גם על המדינות. ואתה קורא משכיל עמוד והתבונן והבן במראה ושים [ל]בך עליו כי דבר זה חדש הוא אשר העליתי בחקירה ועיון כי יי הטובה עלי.³⁰⁷ משל אחר: אם תרצה לדעת זמן תקופת טבת משנת תפ"ז לפ"ק הנה מיום העיקר עד ר"ח [טבת] שנת תפ"ז לפ"ק ט"ז חדשים לפי ששנה זו שנת העיבור היא. ובזמן ההוא התנועע הגובה פ"ב שניים, תוסיפהו על מקום הגובה אשר בעיקר, יוצא מקום הגובה צ"ז מעלה ל"ז חלקים ו' שניים. תגרע מקום הגובה מן ר"ע שהוא מקום השמש האמיתי בתקופת טבת, נשאר קע"ב מעלה כ"ב חלקים נ"ד שניים וזהו מסלול התקופה. תוציא מנתו והוא ט"ו חלקים מ"ד שניים, ולפי שהמסלול פחות מ-ק"פ מעלה תוסיף מנתו על מקום השמש האמיתי שהוא ר"ע מעלה, יוצא אמצע השמש ר"ע מעלה ט"ו חלקים מ"ד שניים והוא אמצע השמש לעת התקופה האמיתית. תגרע מזה אמצע השמש אשר היה בעת העיקר, נשאר (כ) [ק] ג' מעלה ל"ח חלקים נ"ז שניים. ולפי שהזמן שבין עת העיקר ובין עת תקופת טבת האמיתית משנת תפ"ז [ל]פ"ק הוא יותר משנה אחת משנות החמה, תוסיף על הנשאר עוד ש"ס מעלה יוצא תס"ג מעלה ל"ח חלקים (ו') [נ"ז] שניים וזהו מהלך אמצע השמש אשר התנועע מיום העיקר עד עת התקופה האמיתית. תוציא כמה ימים וכמה שעות שעברו מיום העיקר בכדי שיתנועע אמצע השמש המהלך הזה, יוצא [ת]ע"י ימים ט' שעות ל"ז חלקים. תחברם לעת העיקר והוא ט"ו דקים על ליל ז' שיומו א' לחודש תשרי תפ"ו לפ"ק יוצא ת"ע ימים ט' שעות נ"ב חלקים לפי ששנת תפ"ו היתה מעוברת וחדשיה חסרים א"כ ימי שנת תפ"ו היה שפ"ג ימים, תגרע מן הימים מה שהתנועע השמש, נשאר פ"ז ימים ט' שעות נ"ב חלקים ושנת תפ"ז חדשיה שלמים א"כ תגרע ששים יום העולים מחודש תשרי וחדש חשון מן הנשאר והוא ויוצא כ"ז ימים ט' שעות נ"ב חלקים והוא ט' שעות נ"ב חלקים על ליל א' שיומו כ"ח כסלו והוא הזמן האמצעי שתחול בו התקופה האמיתית. תגרע העלייה הישרה ממקום השמש האמיתי (שהוא ר"ע מעלה בזה המשל) מן אמצע השמש, נשאר ט"ו

³⁰¹ I find $1^{\circ} 58' 35''$. The erroneous formula gives $1^{\circ} 58' 06''$. Hanover gave $1^{\circ} 57' 35''$. The mean moon is thus in $l_0 = 389^{\circ} 2' 25''$. At the epoch it was $166^{\circ} 36' 48''$. The difference is $191^{\circ} 25' 37''$.

³⁰² $191^{\circ} 25' 37'' / 0^{\circ} 59' 08.33'' = 194d 5h 08m 49s$.

³⁰³ Not very clear: he writes that on this day sunset was at 6h 15m mean time p.m.

³⁰⁴ 6h 15m p.m. + 5h 09m 11h 24m p.m. or 5h 24m in the night beginning the Jewish day.

³⁰⁵ $E = \alpha - 1 = 360^{\circ} - 1 = 1^{\circ} 57' 35''$.

³⁰⁶ $1^{\circ} 57' 35'' * 4 = 7m 50.33s$. But Hanover attaches much importance on this point. E is expressed in sidereal time and we must convert it in mean time, multiplying by 0.997270; this gives 7m 49s. He expresses it on the following way: one mean hour corresponds to the $15^{\circ} 02' 28''$ of the equator.

³⁰⁷ According to Ezra 7; 6 and 9 and Nehemia 2; 8.

חלקים מ"ד שניים והוא מנת המסלול בעצמה. תעשה לשעות כמו כמו שהודענו ב-ס' [כ"ב] ויוצא ששת דקי השעה.³⁰⁸ ולפי שהעלייה הישרה היא פחותה מאמצע השמש תוסיף ההבדל על הזמן האמצעי ויוצא הזמן האמיתי ט' שעות נ"ח דקים על ליל א' שיומו כ"ח כסלו משנת תפ"ז לפ"ק והיא העת והרגע שתחול בה תקופת טבת האמיתית מיוסדת על אמצע א"י. אבל בשאר המדינות יש בהן הבדל בקודם ואיחור כפי מרחק מנדינות מאמצע ארץ ישראל כגון במדינת הנובר שהיא רחוקה מאמצע א"י לפאת מערב שתי שעות ושני דקים.³⁰⁹ תגרע זה השיעור מזמן התקופה שהיא בא"י, נשאר עת התקופה במדינת הנובר ז' שעות נ"ו חלקים על ליל א' שיומו כ"ח כסלו שנת תפ"ז לפ"ק.

העתקתי מהספר שחבר החכם השלם התוכן הגדול ר' רפאל סג"ל מק"ק הנובר.

Appendix.

1. Facsimiles of two pages of the manuscript showing the difficulties met during the deciphering of the manuscript.
2. Facsimiles of twenty figures belonging to the manuscript and indispensable for the good understanding of the subject.

³⁰⁸ E = 15'44'' corresponds to 1m 03s. I don't understand these 6 minutes;

³⁰⁹ The difference of longitude is $35.2 - 9.7 = 25.5^\circ$ corresponding to 1h 42m. In Luhot ha-Ibbur he gives a difference of 2h 4m 42s and in Luhot ha-Ibbur he gives the corresponding value: 2h 85 halakim

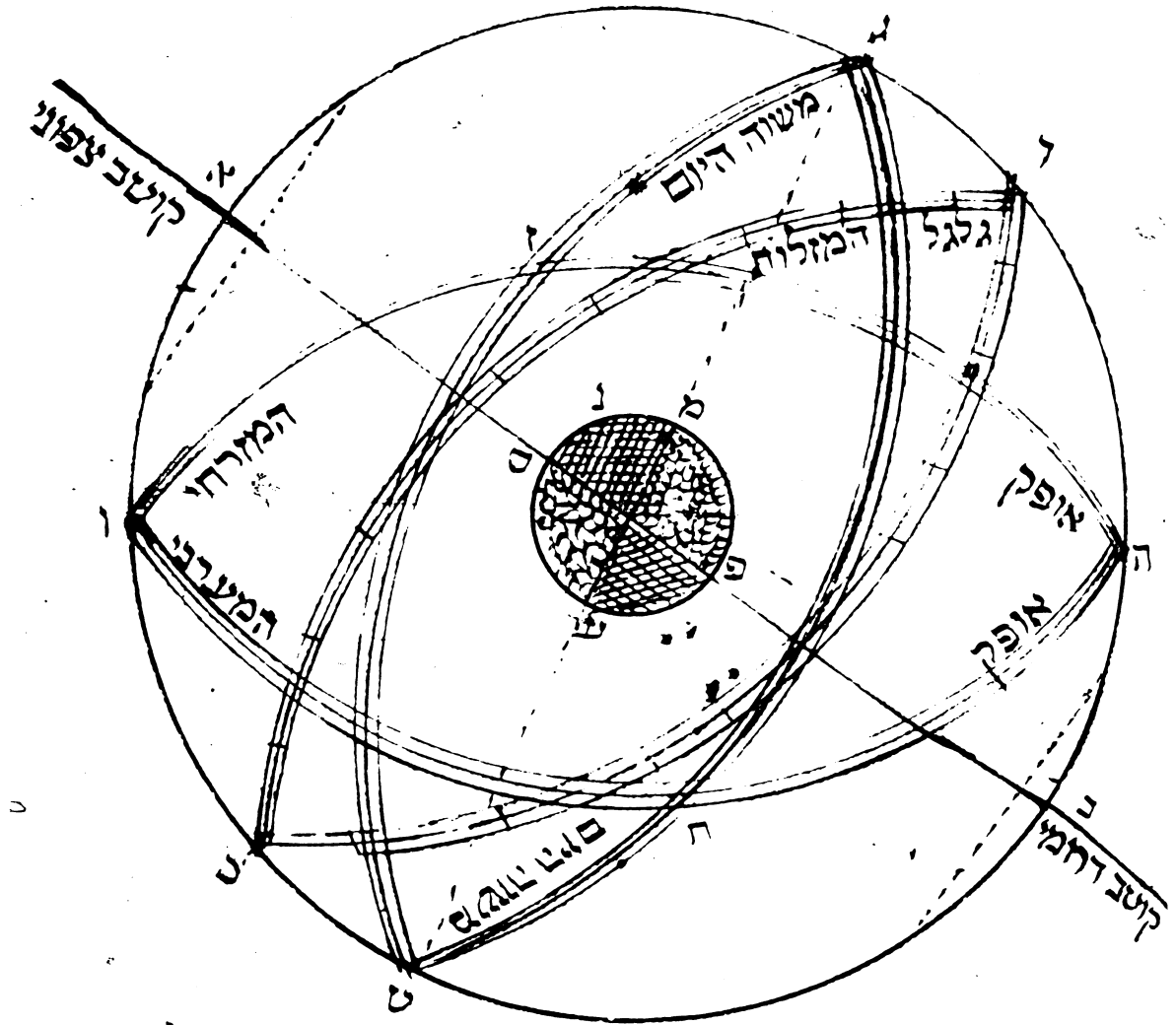
אדם חכם

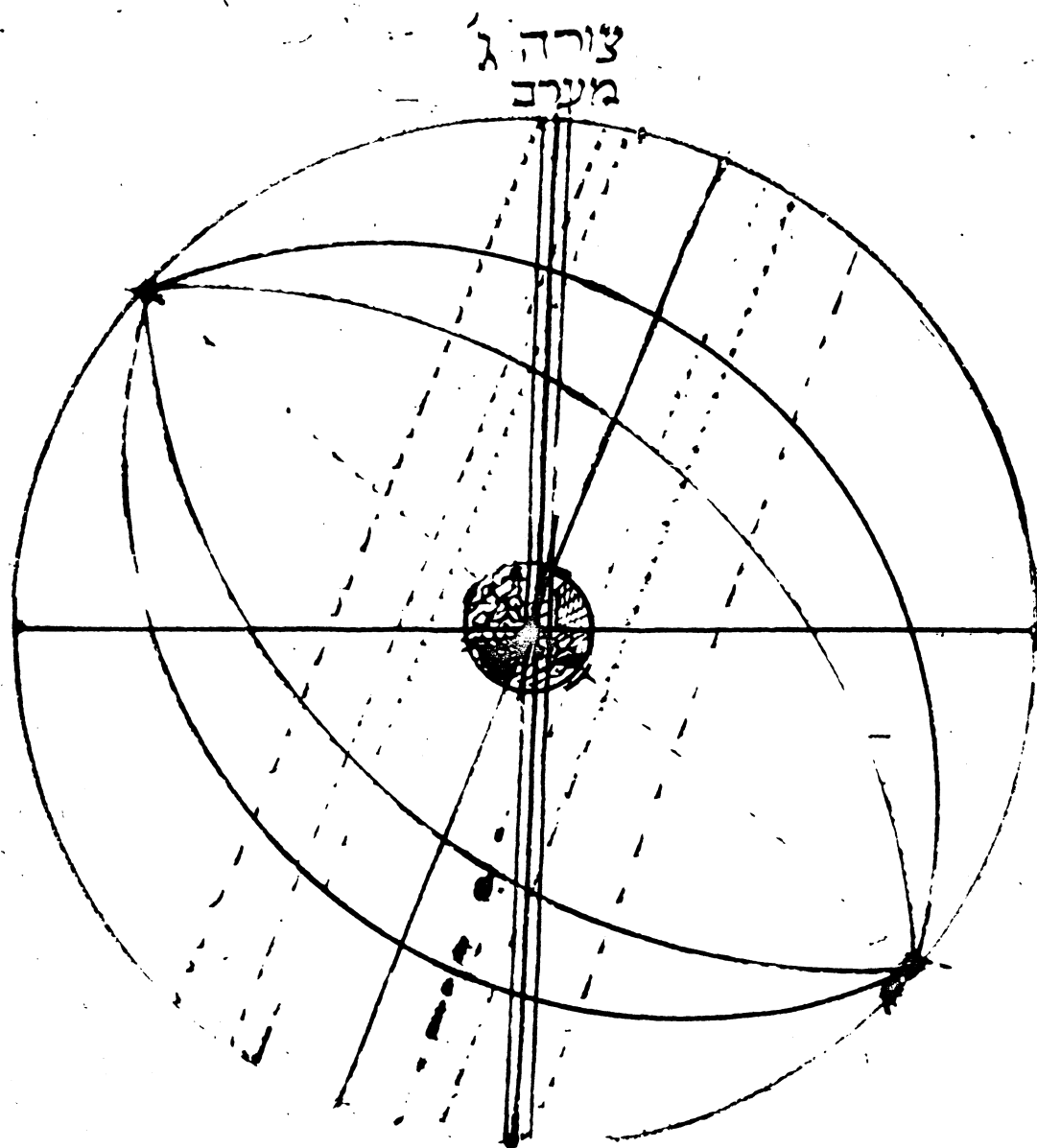
59

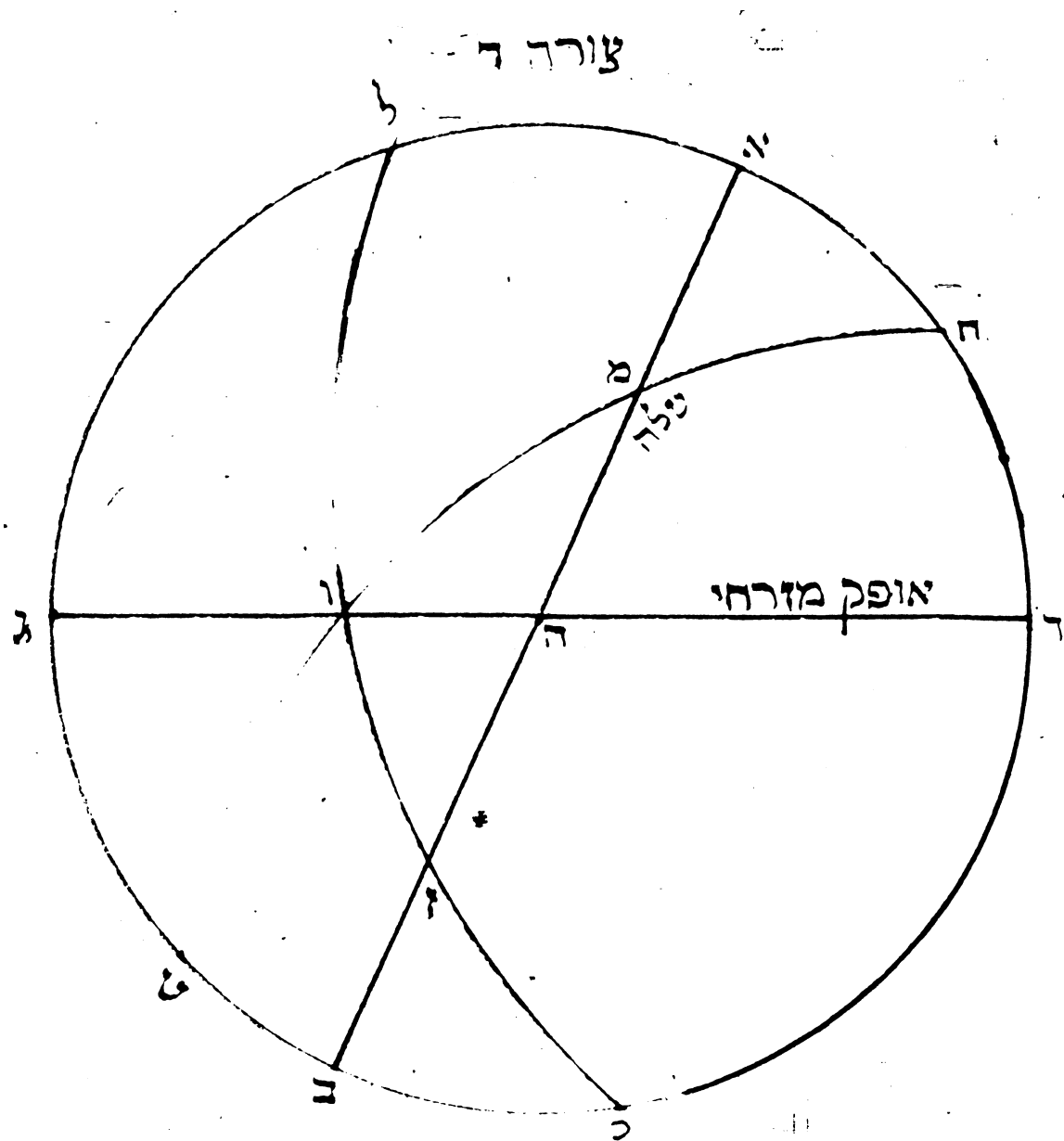
חזקת חזקת

[illegible]

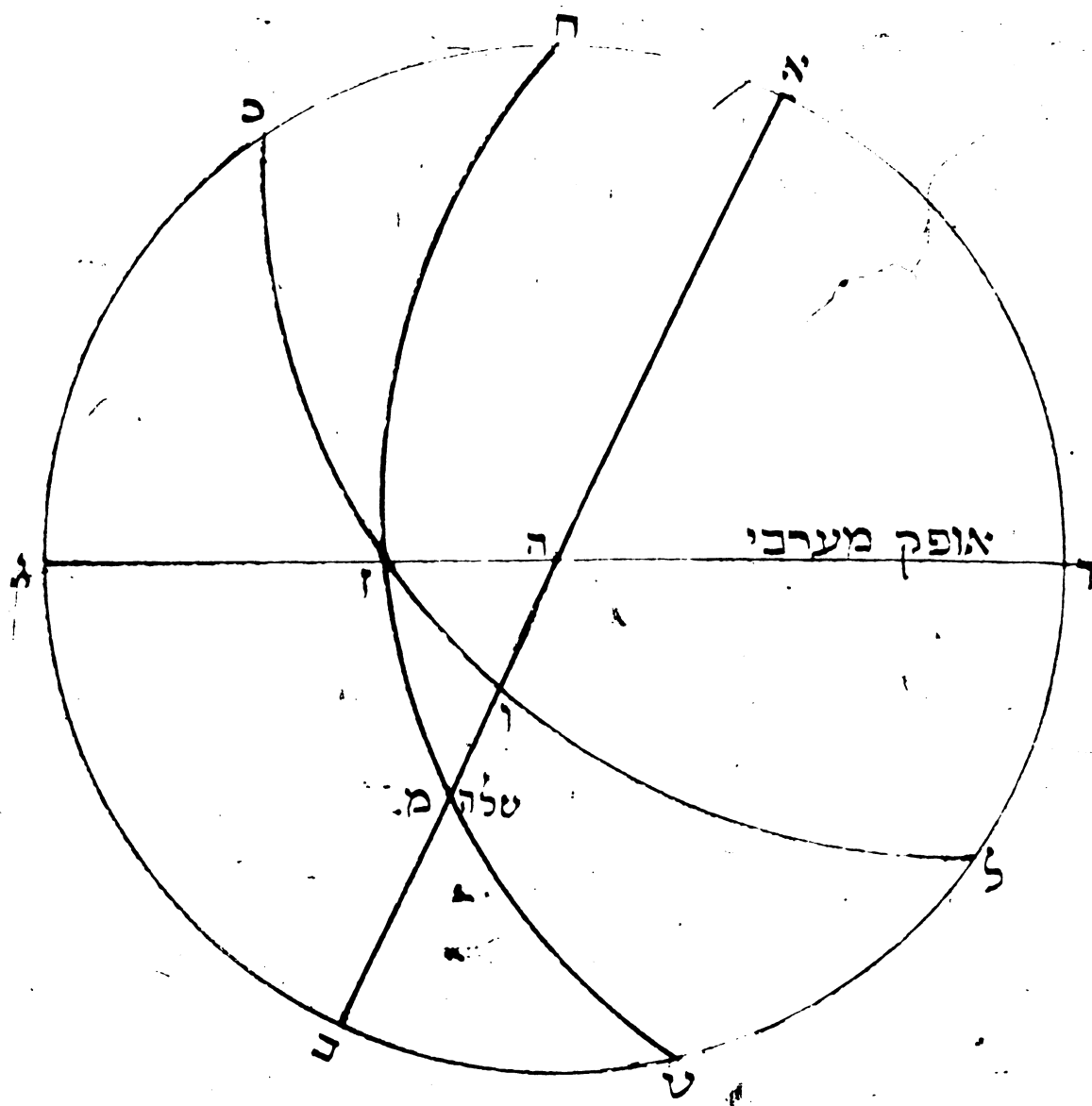
צורה א'



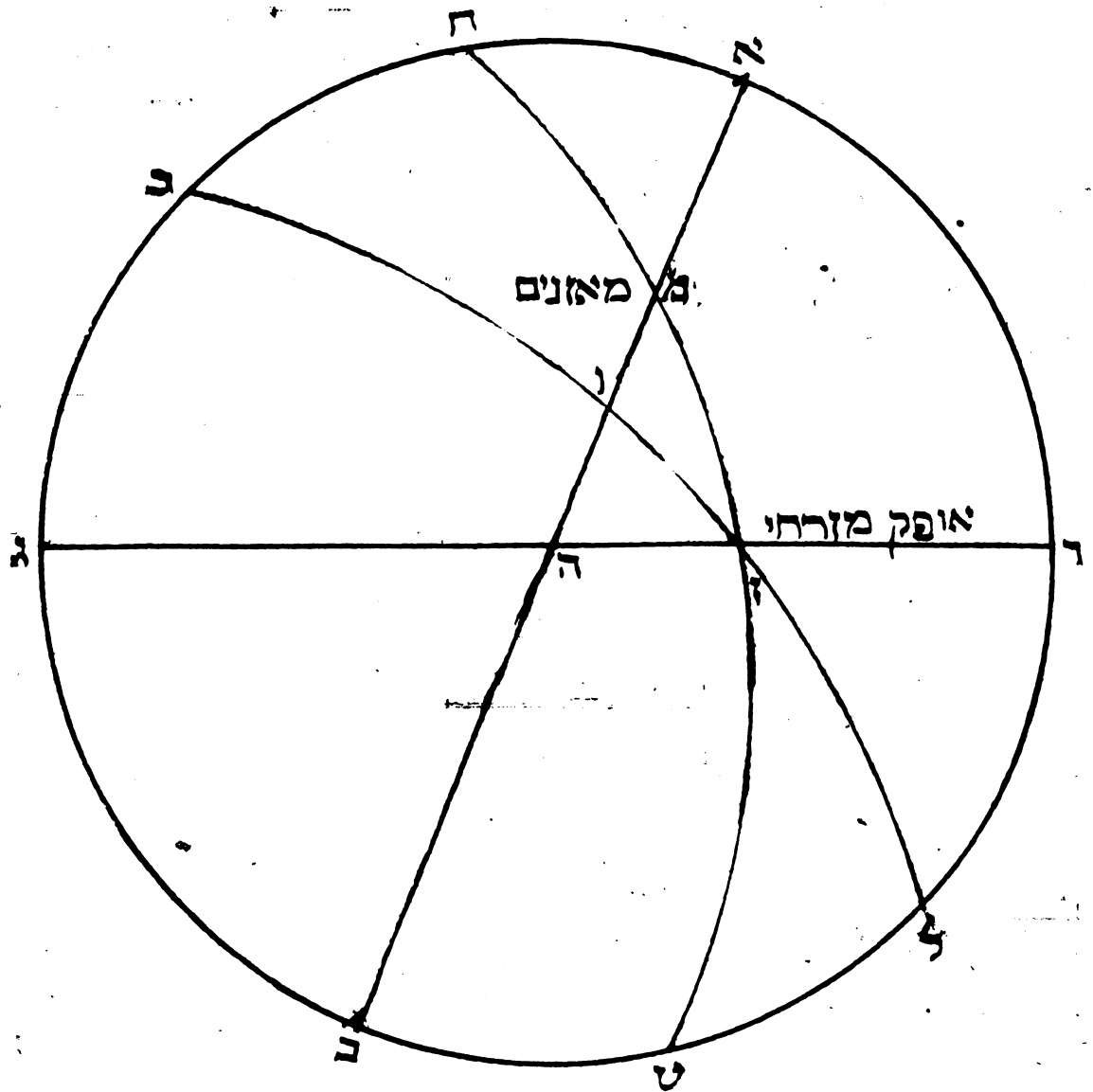




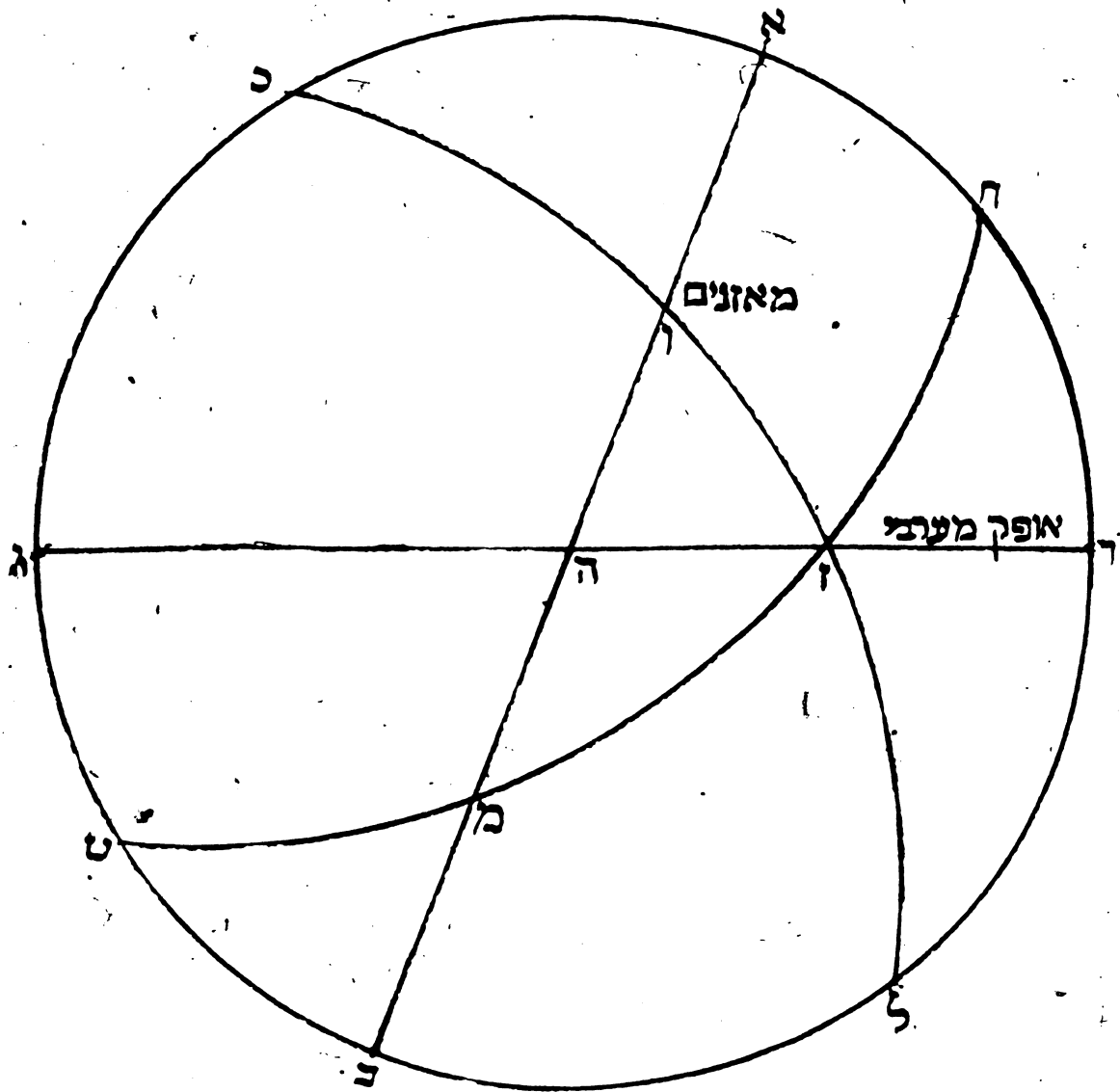
צורה ה'



צורה ו'

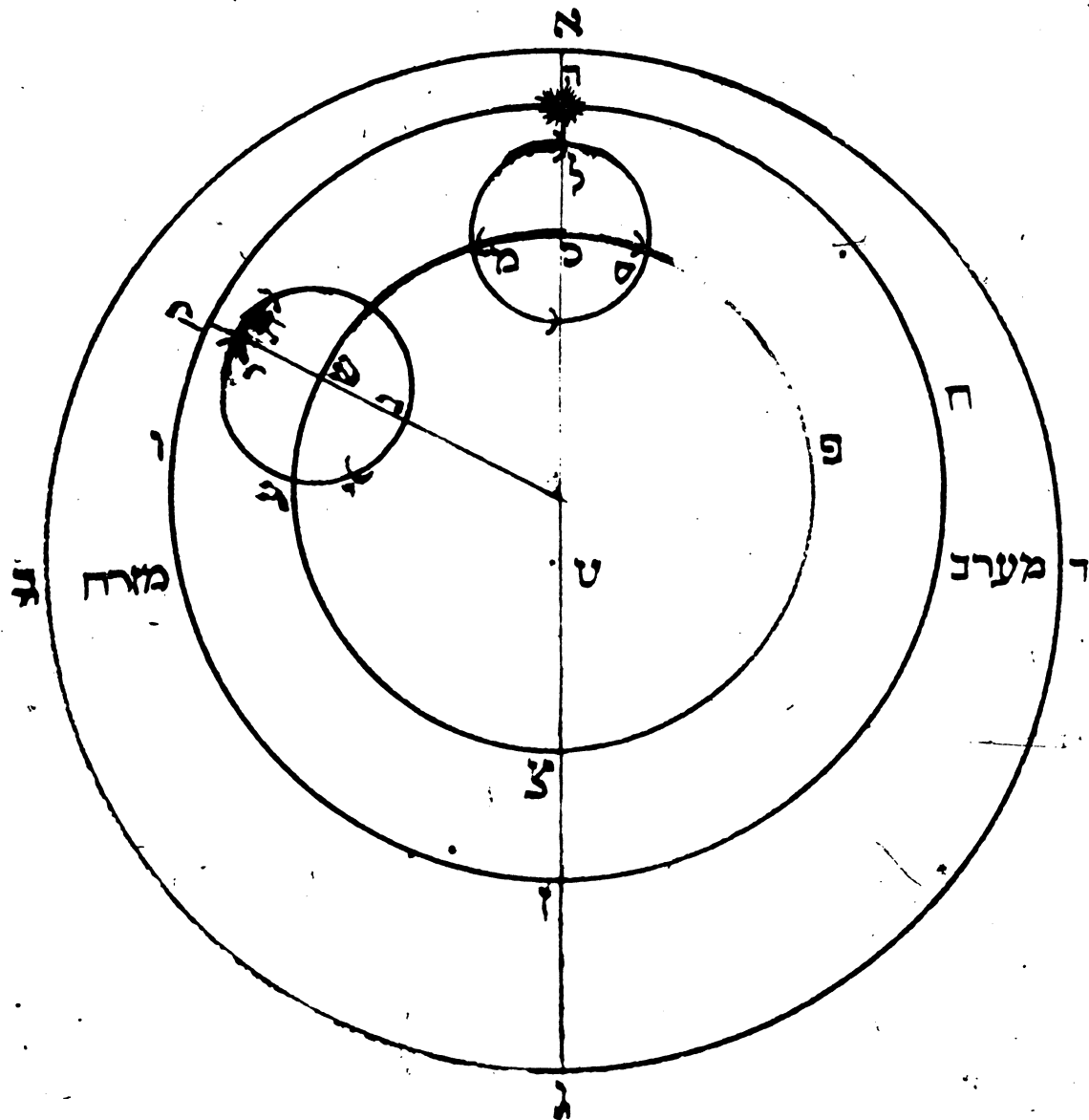


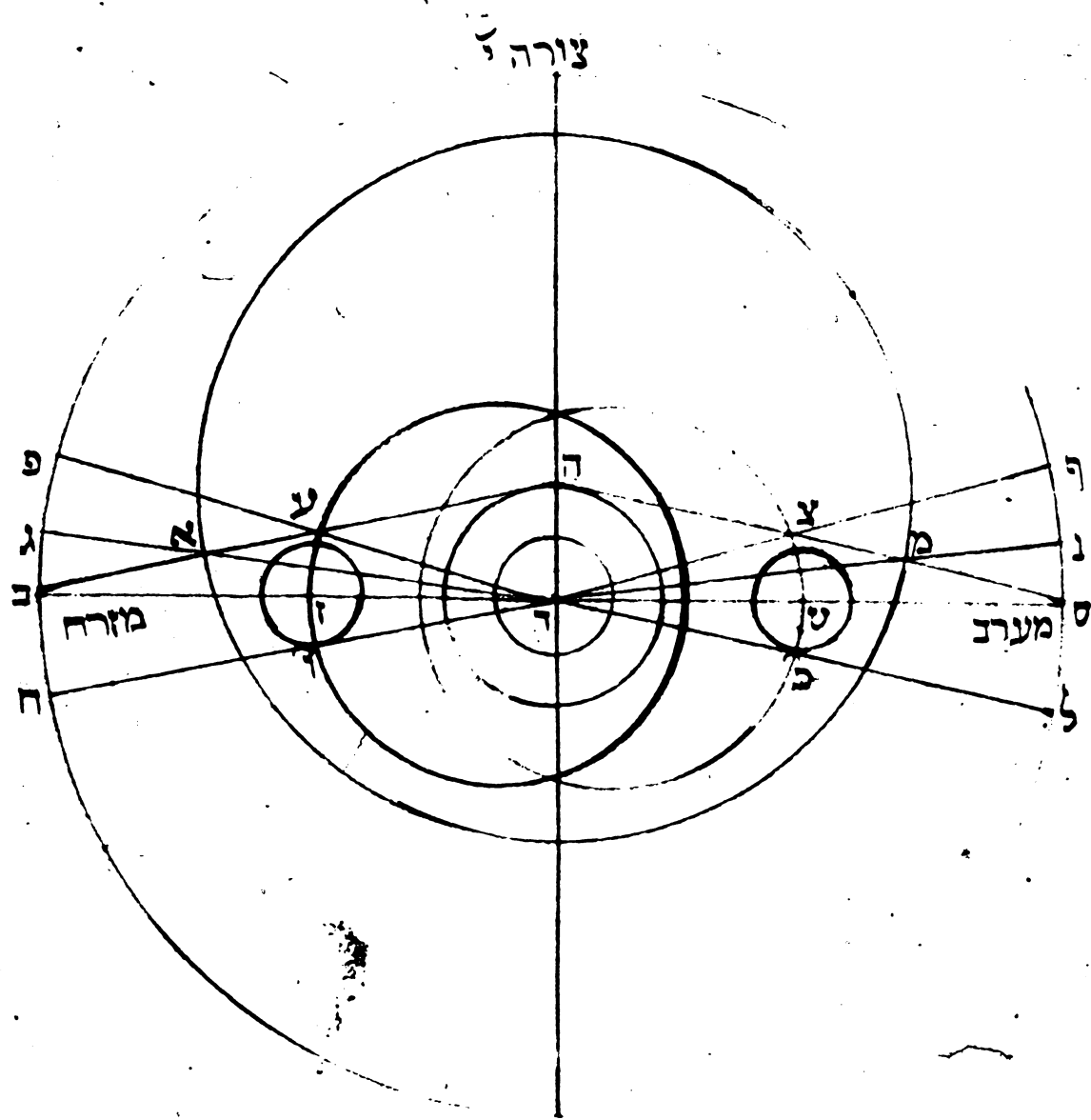
צורה ז'



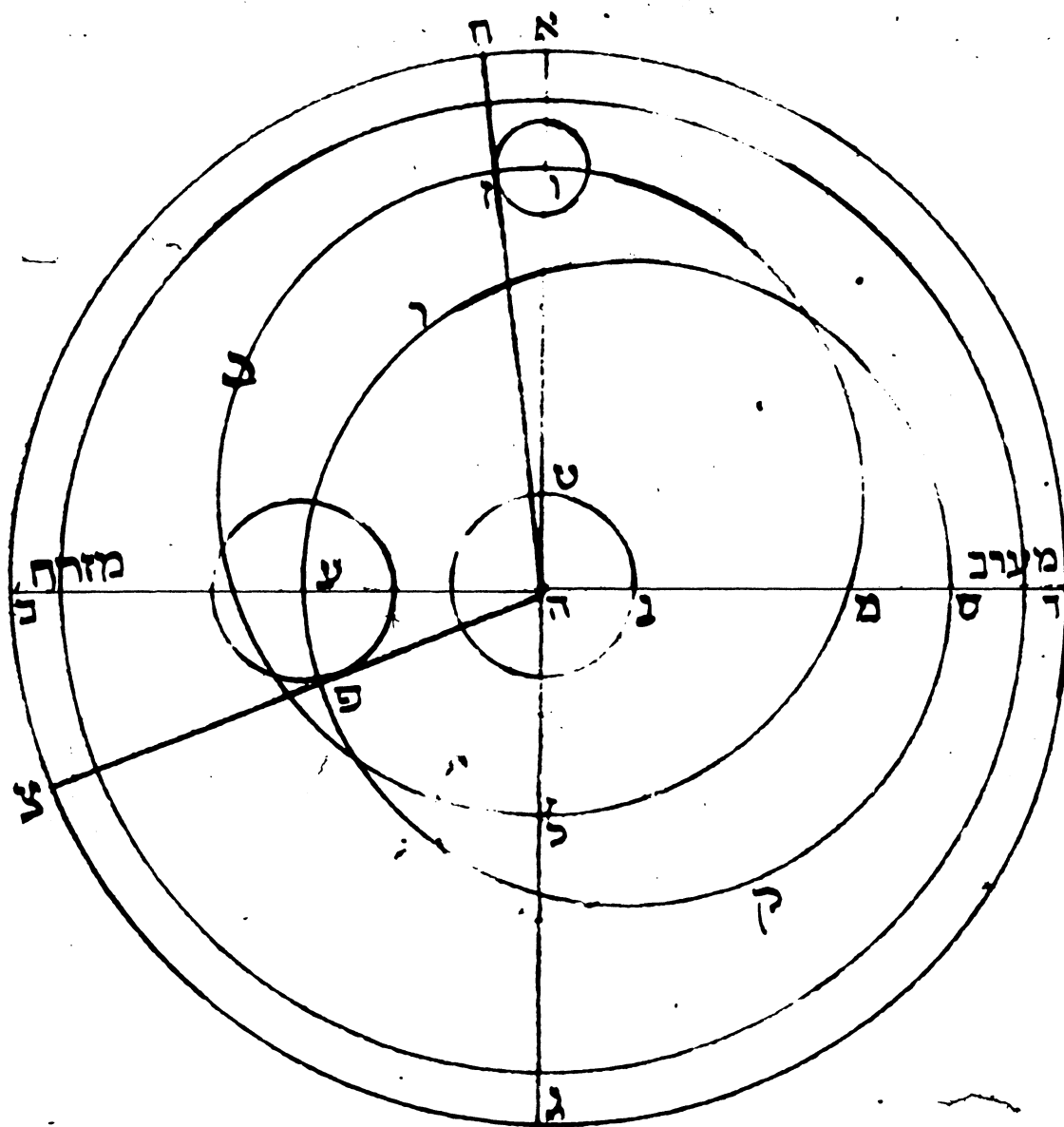


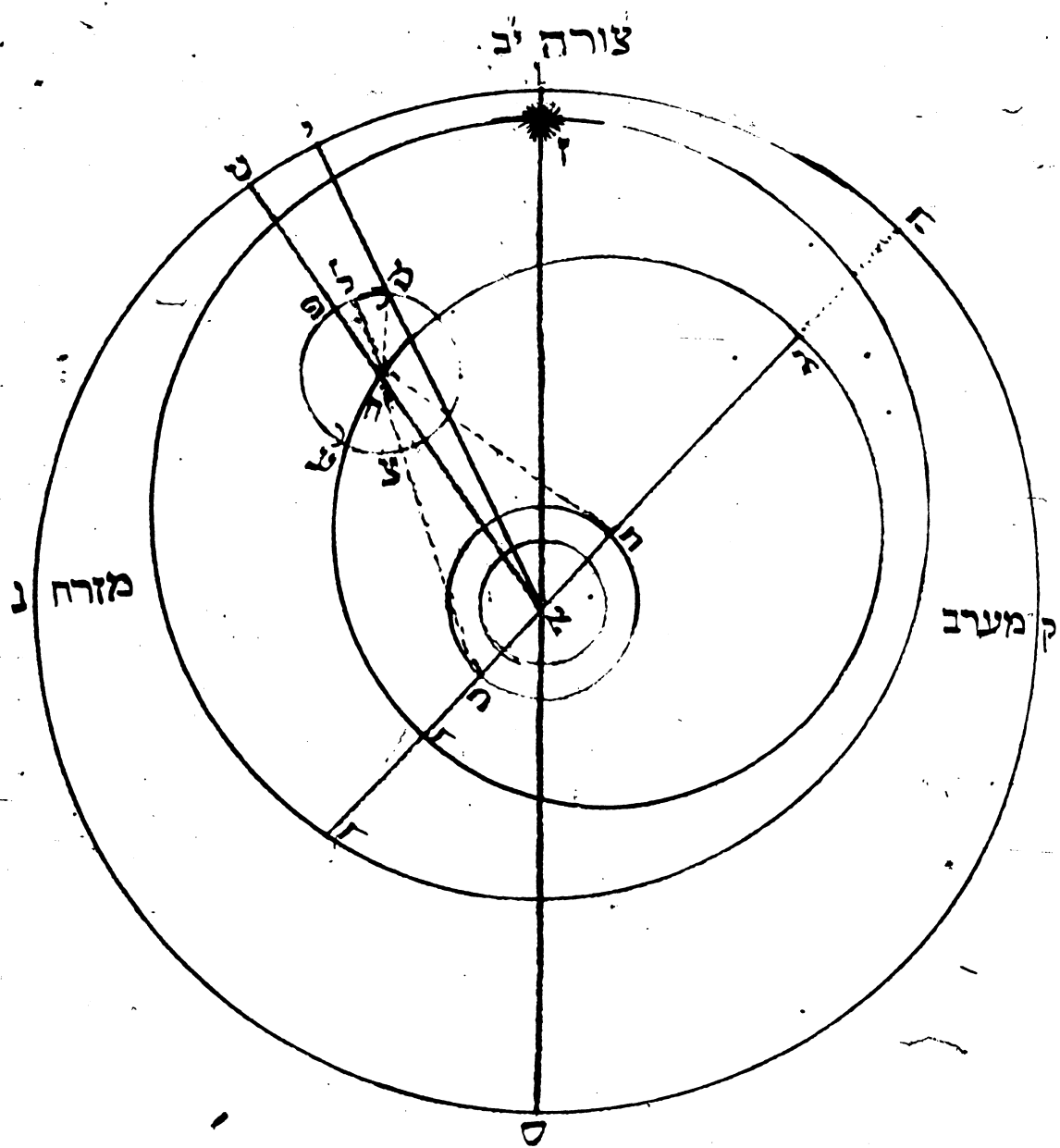
צורה ט



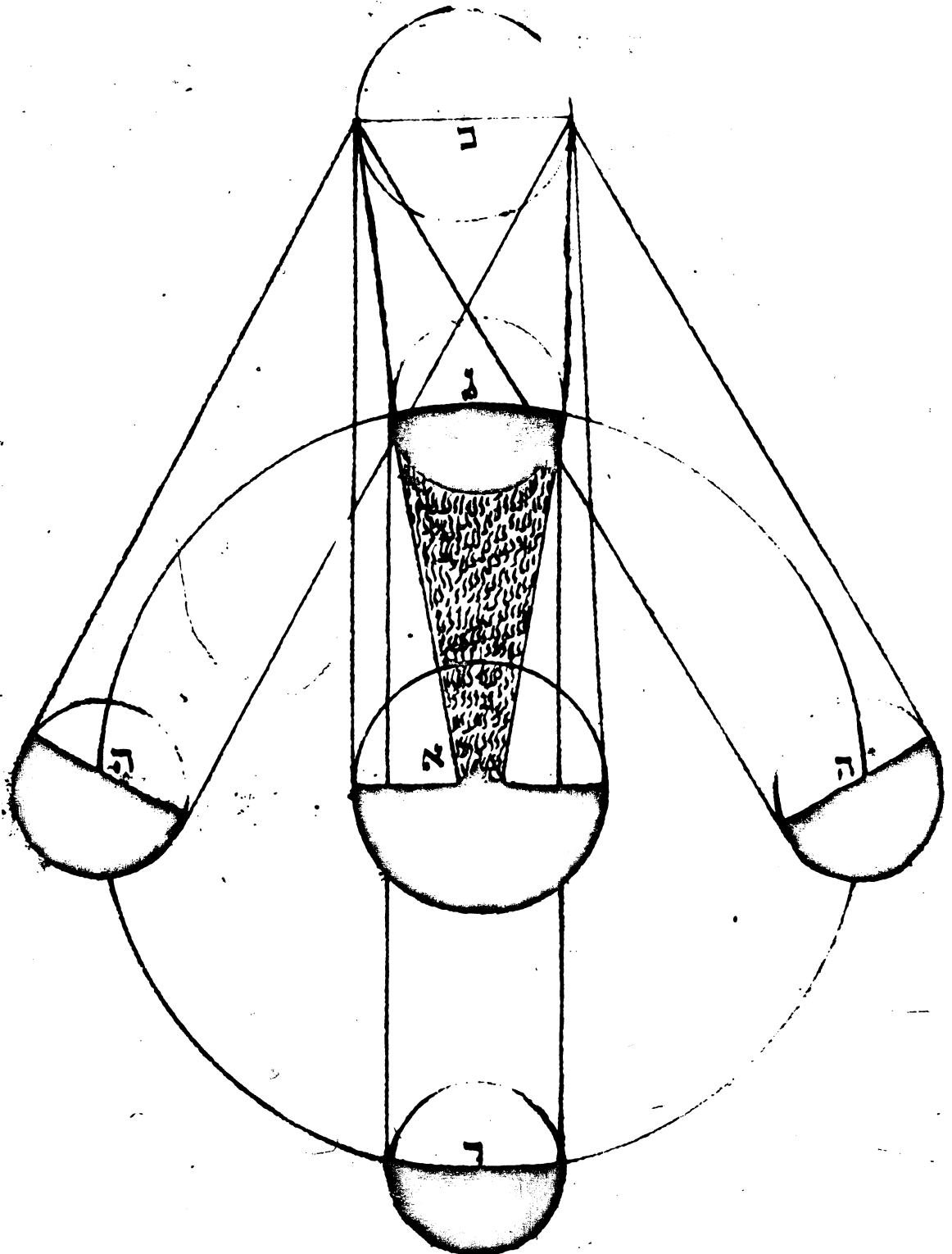


צורה יא



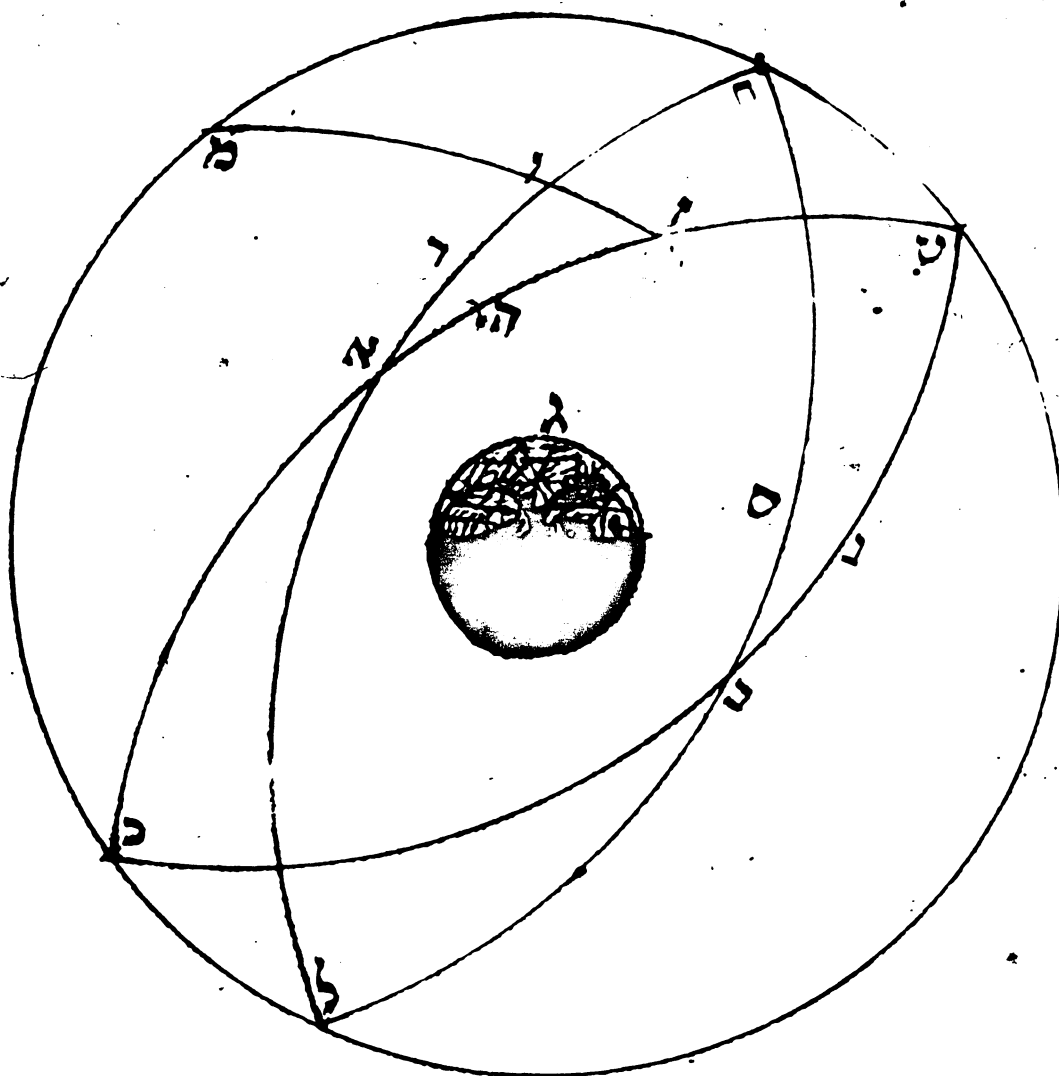


צורה יג

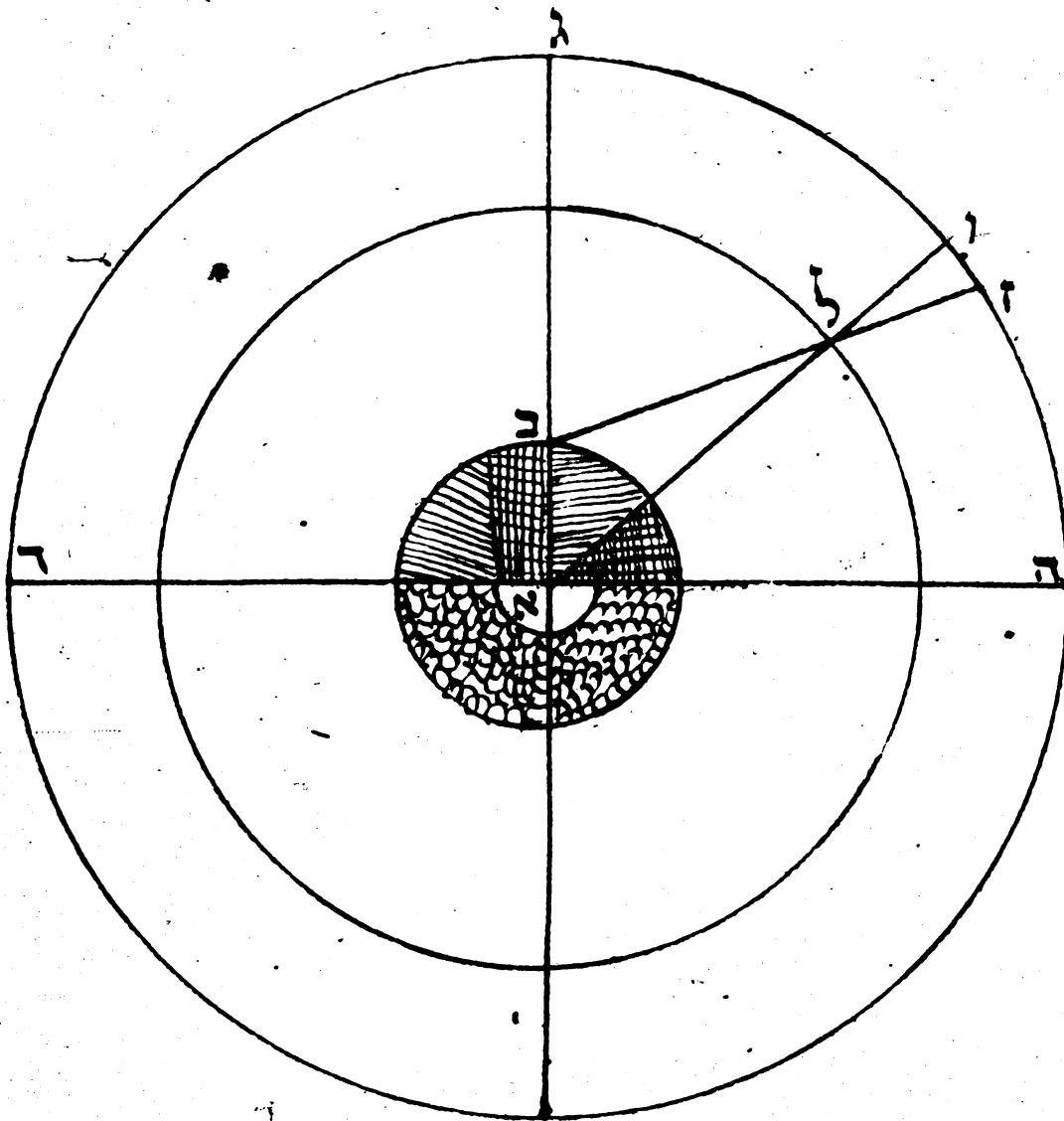


וא' ב' ג'

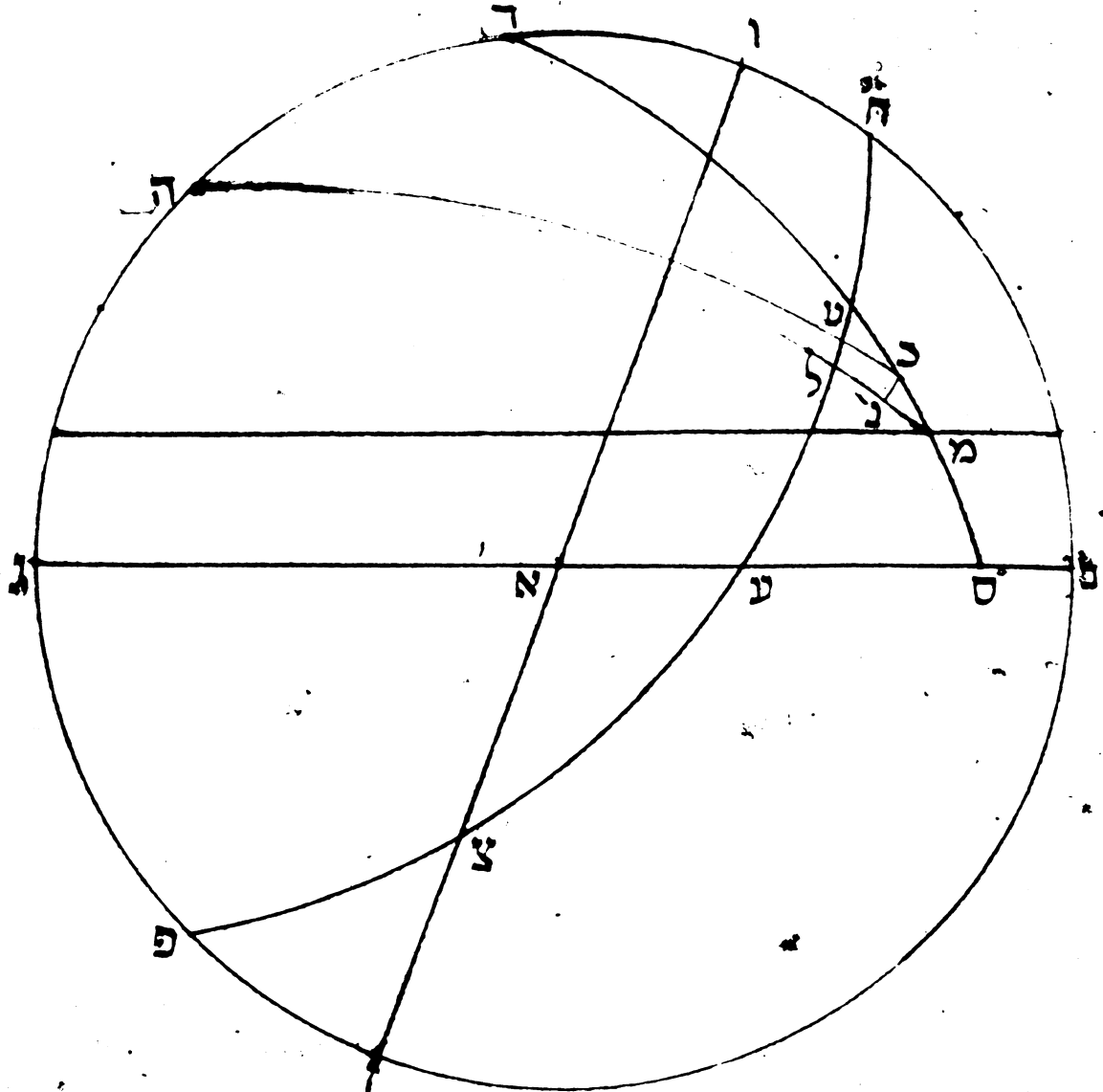
צורה י"ד



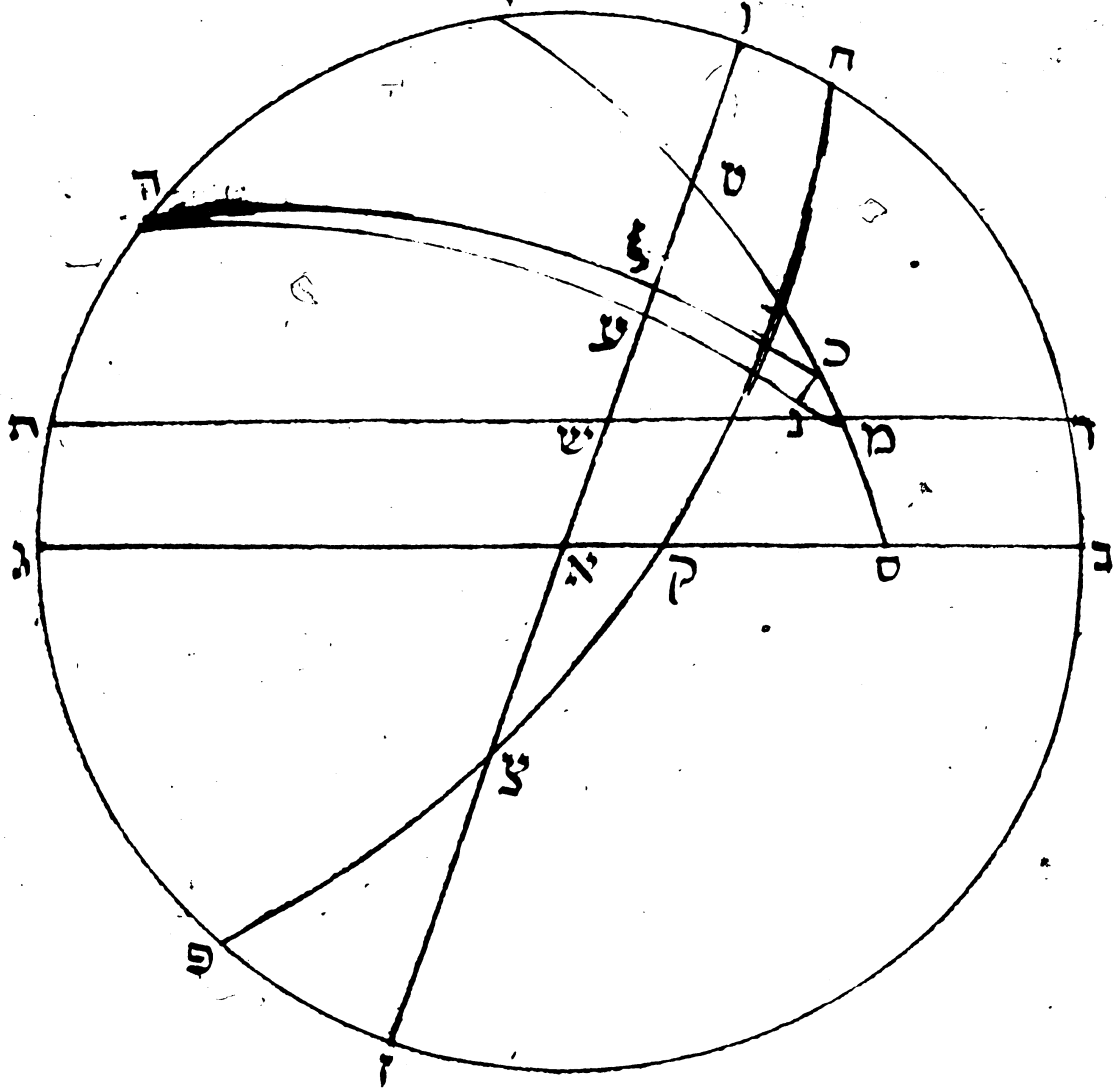
צורה טו



7

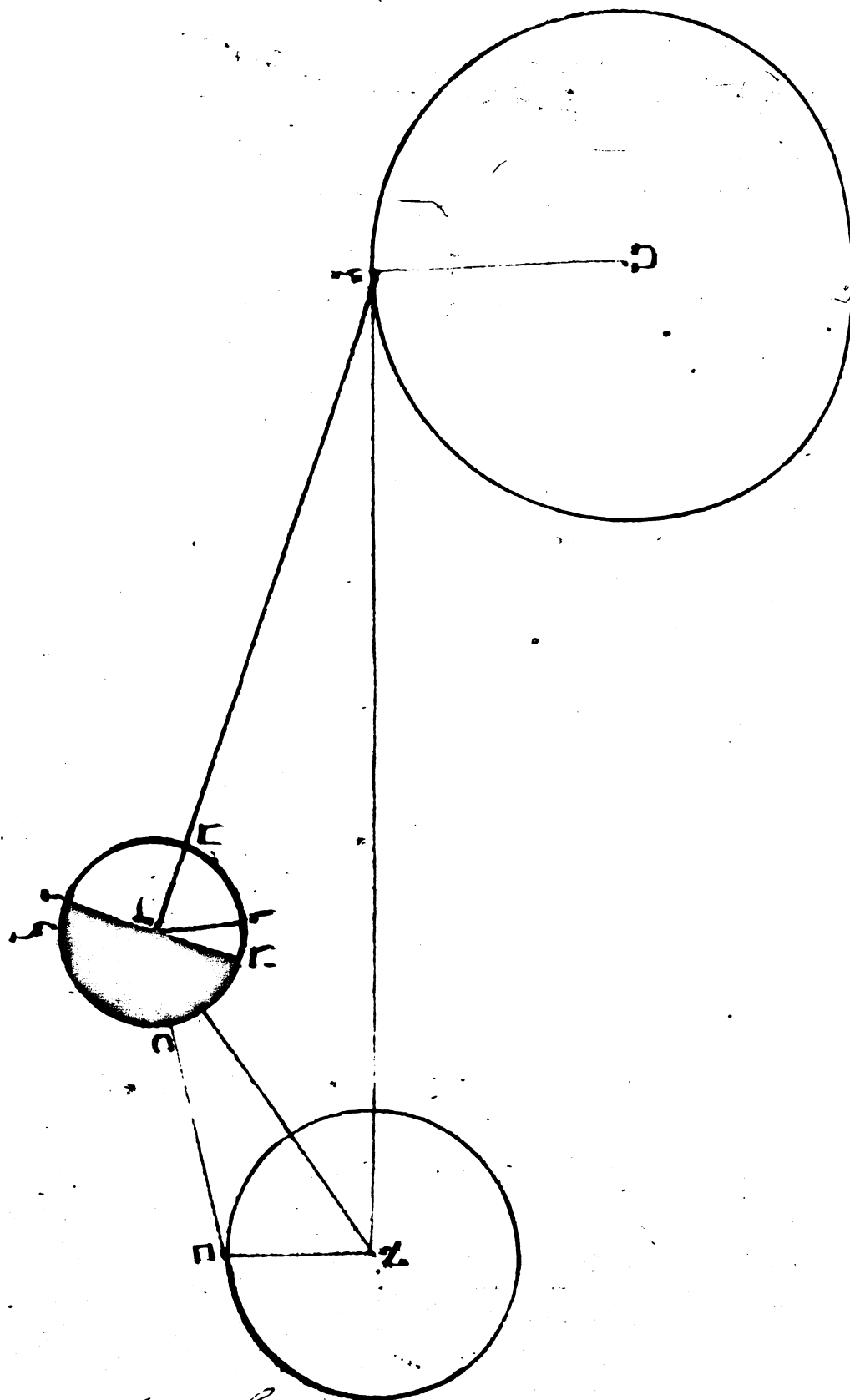


צורה י"ז



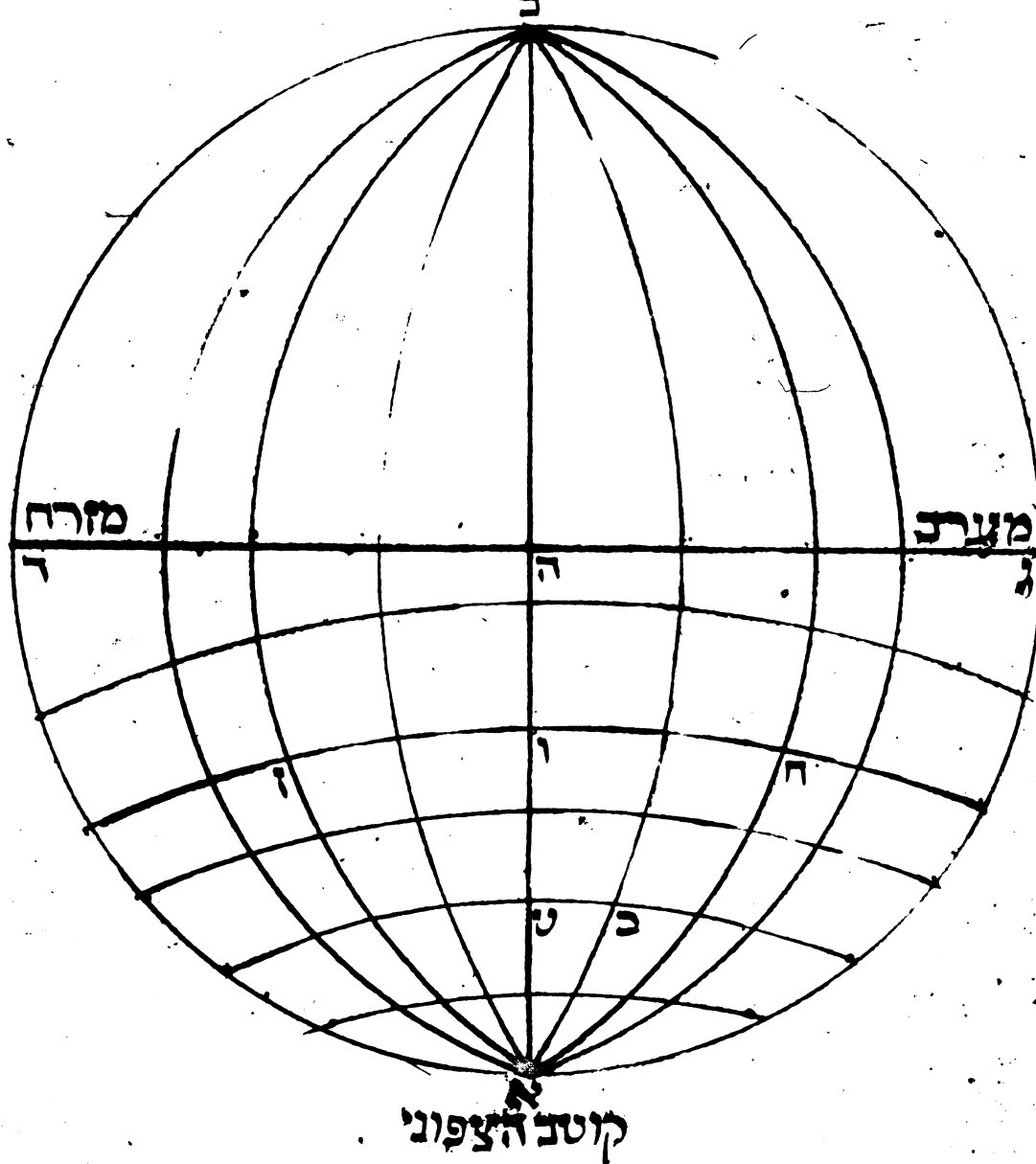
צורה יח

צורה יח



צורה יח

צורה יט
 קוטב הדרומי



צורה כ

